

**AYUDAS HIPERMEDIALES DINÁMICAS (AHD) PARA LA ENSEÑANZA DEL
TEOREMA O LEY DEL SENO EN TRIGONOMETRIA CON ESTUDIANTES DE
DECIMO (10) GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA DE LA
PALABRA DE PEREIRA, RISARALDA**

GLADYS ELENA ROMÁN MARÍN

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA, COLOMBIA**

2018

Tabla de Contenidos.

RESUMEN	4
Abstract	5
INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO 1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	8
1.1. PROBLEMA EDUCATIVO.	8
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	9
1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	9
1.3.1 Objetivo General.	9
1.3.2 Objetivos Específicos.	9
1.4 JUSTIFICACIÓN	10
CAPITULO 2. MARCO TEORICO	13
2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	13
2.1.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza	13
2.1.2 Investigaciones relacionadas con el uso de las TIC en el aprendizaje de la Matemática	14
2.2 BASES TEÓRICAS	16
2.2.1 Enfoque Pedagógico Sociocconstructivista	16
2.2.2 Características del socioconstructivismo:	17
2.2.3 Las tareas del proceso educativo desde el Socio-constructivismo	17
2.2.4 Mediación:	18
2.2.5 Andamiaje:	18
2.2.6 Ayuda ajustada:	19
2.3. Niveles de desarrollo	20
2.3.1. Zona de Desarrollo Próximo (ZDP):	20
2.3.2. Nivel de Desarrollo Real (NDR):	20
2.3.3. Nivel de Desarrollo Potencial (NDP):	21
2.3.4 Construcción de Significados Compartidos	22
2.3.5 Procesos de Internalización	22
2.3.6 Actividad conjunta	23
2.4. TEORIAS DE APRENDIZAJE	23
2.4.1 Aprendizaje Autónomo	23
2.4.2 Aprendizaje Colaborativo	27
2.4.3 Aprendizaje Basado en Problemas. (ABP)	32
2.4.4 Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK)	34

2.4.5 Los desafíos de enseñar con tecnología	35iii
2.4.6 The Knowledge Quartet (KQ) o Cuarteto del Conocimiento	37
2.4.7 CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO SHULMAN.....	40
2.4.8 Ambientes de Aprendizaje	42
2.4.9 MODELO VAN HIELE	44
2.5 LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS.....	46
2.5.1 La AHD como Sistema Hipermedial Adaptativo (SHA)	47
2.6 MATERIAL EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS	48
2.6.1 Características del material educativo digital	49
2.6.2 Usos de Material Educativo	51
2.6.3. Adaptación de Material educativo	52
2.6.4 Estrategias comunicativas	53
2.7 LA ENSEÑANZA DE LA LEY DEL SENO	53
2.7.1 CONCEPTOS BASICOS	54
2.7.2 Teorema del Seno o Ley de los Senos	56
CAPITULO 3. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION.....	58
3.1 DISEÑO CUALITATIVO DESCRIPTIVO.....	58
3.2 CONTEXTO DE LA INVESTIGACION.....	59
3.3 TECNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACION	59
3.3.1 Técnicas de observación participantes.....	59
3.3.2 Registros videográficos.....	60
3.3.3 Los cuadros de trabajo	60
3.4 PROCEDIMIENTO	61
3.5 DISEÑO E IMPLEMENTACION DE LA AHD	63
3.5.1 Diseño de la Secuencia Didáctica (SD)	64
3.6 DISEÑO Y ORGANIZACIÓN DEL AMBIENTE DE APRENDIZAJE.....	65
3.6.1 Contexto Físico	66
3.6.2 Rol del estudiante.....	66
3.6.3 Rol del docente	67
3.7 CATEGORIA DE ANALISIS	68
3.7.1 Creación de Materiales educativos.....	68
3.7.2 Aplicación y uso de los recursos educativos de la AHD	70
3.7.3 Estrategias comunicativas (con herramientas de trabajo colaborativo, autónomo y basado en problemas)	70
3.8 EVALUACION DE LA AHD	71
CAPITULO IV: ANALISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS.....	72
4.1. CREACIÓN DE MATERIAL EDUCATIVO.....	72
CAPITULO V: CONCLUSIONES	73
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	74

RESUMEN

Este trabajo pertenece al macroproyecto de Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en la enseñanza de las matemáticas; contiene el desarrollo e implementación de una estrategia didáctica apoyada en las TIC que dinamice las prácticas pedagógicas de enseñanza-aprendizaje de la matemática y específicamente de la trigonometría básica, entre docente y estudiantes en el aula de clase. Tiene como propósito determinar la incidencia de los aportes didácticos que ofrece el uso de la AHD en el proceso de enseñanza del Teorema o Ley del Seno, al introducir la trigonometría y la resolución de triángulos con alumnos de grado décimo. Más específicamente, este trabajo toma como aspecto fundamental de exploración y análisis de cuatro fases que son: la creación y uso de material educativo, la adaptación de recursos educativos al contexto y las estrategias comunicativas en el aula de clase, en procesos de construcción del aprendizaje autónomo desde el enfoque socioconstructivista de la enseñanza en entornos colaborativos que se producen en dichos contextos gracias a la interacción entre docente y estudiantes a través de la AHD en la Institución Educativa Escuela de La Palabra de Pereira, Risaralda.

Abstract

This work is part of the macro - project of Dynamic Hypermedia Support (AHD) in the teaching of mathematics; It presents the development and implementation of a didactic strategy supported by the ICTs that dynamize the teaching-learning practices of mathematics and specifically of basic trigonometry, between teacher and students in the classroom, with the purpose of determining the incidence of didactic contributions offered by the use of AHD in the teaching process of the Theorem or Law of the Mathematical sine, by introducing trigonometry and the resolution of triangles with tenth grade students. More specifically, this work takes as a fundamental aspect of exploration and analysis, four phases that are: the creation and use of educational material, the adaptation of educational resources to the context and the communicative strategies in the classroom, in learning construction processes autonomous from the socioconstructivist approach to teaching in collaborative environments that occur in such contexts thanks to the interaction between the teacher, the students through the AHD in the Educative Institution “Escuela de La Palabra de Pereira, Risaralda”.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se realiza en el marco del macroproyecto de las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) para la enseñanza de la Matemática. Particularmente esta investigación busca determinar los aportes didácticos de las AHD, en la enseñanza del Teorema o Ley del Seno con estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Escuela de La Palabra.

La investigación es cualitativa de tipo interpretativo y está centrada en analizar el proceso de enseñanza más que el de aprendizaje; siendo así la actuación de la docente la más trascendente y como este adapta y usa recursos educativos mediados a través de herramientas digitales.

El estudio de la aplicación de la trigonometría se ve reflejada en diferentes campos de la ciencia y de la tecnología, no solo en la historia sino en la actualidad, ya que permite avances científicos que son de gran utilidad en la solución de problemas específicos. Surge esta necesidad debido a que el estudiante no comprende que todos los triángulos no se pueden resolver usando el Teorema de Pitágoras, pese a la claridad de la clasificación de los triángulos y sus respectivos métodos de solución; es así como el estudiante ve esta temática como la aplicación de una ecuación memorística y sin sentido; así explorando diversas rutas tecnológicas buscamos un aprendizaje, que relacione la tecnología, la virtualidad, el trabajo colaborativo, el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje autónomo, donde el estudiante se diversifique y partiendo de sus saberes previos, elija su propia ruta para alcanzar la competencia necesaria.

El presente trabajo busca que los estudiantes puedan aplicar la Ley del Seno en la solución de triángulos, realizando un proceso de aprendizaje innovador y que le permita plantear diferentes soluciones y situaciones tanto teóricas como reales, por medio de estrategias que le permitan hacer relación desde su cotidianidad hasta su futura vida profesional, permitiendo esto que la docente aplique estrategias innovadoras y acordes al entorno.

El enfoque pedagógico seleccionado para este trabajo es el socioconstructivismo, acompañado de las teorías de aprendizaje autónomo, colaborativo, y aprendizaje basado en problemas; así mismo como uno de los actores principales, en este caso, es la docente por lo cual se eligen autores como Shulman y Turner Rowland, desde el proceso de enseñanza.

En el primer capítulo se presenta el problema de investigación con sus objetivos y justificación. En el segundo expone el marco teórico con los principales conceptos que nos sirven de filtro para pasar al tercer capítulo donde se presenta la estructura investigativa aplicada. Finalmente se presentan los resultados obtenidos, su análisis y conclusiones.

CAPÍTULO 1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

1.1. PROBLEMA EDUCATIVO

La presente investigación surge desde mi experiencia como docente de la matemática durante más de 15 años, del interés por conocer y aplicar nuevos modelos pedagógicos que permitan desarrollar procesos de pensamiento lógico -matemático en los estudiantes, ante la forma de enseñanza de las matemáticas, en particular, la forma de enseñar la trigonometría básica.

Esto me lleva a buscar estrategias, metodologías y herramientas que faciliten la comprensión de dicho tema y salir de los métodos tradicionales empleados para la enseñanza de La Ley del Seno.

Como referente de este trabajo, se parte de los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en al área de matemáticas, reconociendo los siguientes:

“DBA: 11 Utiliza calculadoras y software para encontrar un ángulo en un triángulo rectángulo conociendo su seno, coseno o tangente.

DBA: 12 Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.” (Ministerio de Educacion Nacional, 2016, pág. 34)

Partiendo del problema didáctico detectado en la poca apropiación escolar en los procesos de aprendizaje que se evidencian en los resultados de las pruebas SABER 11° del año 2017. El informe revela, que: ***“El 51 % de los alumnos no validan procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas, Además El 57% de los estudiantes no dan solución a un problema que involucre información cuantitativa, plantear e implementar estrategias que lleven a soluciones adecuadas”***. Según **Anexo N.º 1**. Matriz 4.4 (ISC). IE Escuela de La Palabra, Pereira Risaralda. Hacia la ruta de la excelencia. (MEN M. d., 2017).

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas en la enseñanza de La Ley del Seno a estudiantes de grado décimo en la Institución Educativa Escuela de La Palabra de Pereira, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase?

1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1 Objetivo General.

Determinar la incidencia de los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas desde el enfoque socioconstructivista en la enseñanza de La Ley del Seno con estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Escuela de la Palabra, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

1.3.2 Objetivos Específicos.

- Diseñar un modelo pedagógico para la enseñanza de la Ley del Seno en el aula de clase.
- Crear una Ayuda Hipermedia Dinámica para apoyar el proceso de enseñanza de la Ley del Seno en Trigonometría.
- Crear una Secuencia didáctica con uso de la AHD para la enseñanza de la Ley del Seno y aplicarla en clase para valorar los aportes didácticos del docente.

1.4 JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de proyectos con Ayudas Hipermediáles Dinámicas consiste en la creación y ejecución de aplicaciones informáticas que atiendan a una necesidad educativa determinada. Partiendo de esta afirmación, el presente proyecto de investigación está orientado al desarrollo de destrezas en el manejo de recursos ofimáticos educativos y la comprensión de La Ley del Seno, que permita lograr aprendizajes significativos, fortalecer niveles motivacionales y actitudinales en los estudiantes, que serán los principales beneficiarios de este proyecto, pues lograrán mejorar los procesos de aprendizaje promoviendo el aprendizaje autónomo e interactividad. Se espera que la implementación de esta nueva herramienta, no sólo signifique un impacto positivo en el rendimiento de los estudiantes, sino que además motive a mejorar las clases.

Se pretende que el estudiante realice un verdadero aprendizaje haciendo uso de la tecnología y que el uso de esta ayuda Hipermedial Dinámica le permita tener un aprendizaje más autónomo a la vez que este pueda realizar sus experiencias y prácticas de una forma más innovadora.

Esta ayuda posibilita navegar por diferentes páginas interactivas las cuales van mostrando diversos recursos que le pueden ayudar en la solución del tema a trabajar, posibilitando la interacción de los estudiantes y el docente, donde el aporte permitirá cada vez ser más útil e interactiva pues se crea de las necesidades que surgen con el avanzar de los estudiantes; es por ello que la ayuda no es estática, y se van transformando las rutas de solución, generando una evaluación constante y permanente pues es allí donde el estudiante va viendo la necesidad de aprender el tema y saber que concepto le hace falta desde los conceptos previos para iniciar el trabajo hasta la pertinencia que tiene el trabajo realizado.

La propuesta del proyecto es un reto que permite aprovechar las ayudas que se tienen en el aprendizaje de La Ley del Seno a través de una Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD) desde un enfoque socioconstructivista.

Los lineamientos curriculares de matemáticas, entre los propósitos del área, en grado décimo, pretenden que los estudiantes: “Comprendan y utilicen La Ley del Seno para Resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos”. (Ministerio de Educacion Nacional, 2016, pág. 34)

Dicha problemática se refleja en los mismos resultados del informe anterior presentado en el índice sintético de calidad (ISC), que ubica el nivel de interpretación de los estudiantes de 11° en “*Alerta Naranja*” (problema educativo), haciendo énfasis en que se deben realizar acciones pedagógicas para el mejoramiento. (MEN M. d., 2017).

Por lo anterior, se busca promover el interés del estudiante por la Trigonometría y el gusto por aprenderla, por lo cual esta propuesta didáctica ofrece nuevas estrategias para abordar con éxito la enseñanza de la misma. “Teniendo en cuenta las posibilidades que ofrece el uso Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como mediadores del aprendizaje, creando ambientes dinámicos, acordes con los intereses y los modelos alternativos de enseñanza aprendizaje”. (Rojas, Amador, Sánchez, & Duque, 2014)

Haciendo uso adecuado y óptimo de los recursos tecnológicos para enseñar matemáticas con el uso de las TIC, en este caso con una AHD.

La Institución Educativa Escuela de La Palabra cuenta con las condiciones técnicas para la enseñanza de las matemáticas con el uso de las TIC, en este caso con AHD, puesto que se dispone de un buen nivel de equipos tecnológicos y disponibilidad de conexión de banda ancha a internet, se presentan las siguientes condiciones para iniciar esta propuesta:

- a) Hay disponibilidad y diversidad de medios y recursos;
- b) Docentes y estudiantes hacen uso de los recursos tecnológicos.

Esto nos conduce a buscar estrategias, metodologías, herramientas que faciliten comprender dicho tema y como herramienta principal en este caso las ayudas Hipermediales dinámicas (AHD) aplicadas en el uso de tic se implementaran con el fin de disminuir la brecha en las dificultades académicas al momento de impartir este conocimiento y en la adquisición de este. Hoy en día el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (Tic) generan nuevos caminos de aprendizaje ya que a través de actividades interactivas y el uso de herramientas Hipermediales como las (AHD) hacen que los procesos educativos sean flexibles e impacten la formación académica de manera positiva; con el uso de las (AHD) el estudiante generara otro ambiente académico en el cual tendrá la capacidad de comprender, reproducir y construir sus metas y objetivos, todo esto dado desde un enfoque socioconstructivista para así poder llegar a un aprendizaje significativo.

CAPITULO 2. MARCO TEORICO

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

La incidencia didáctica que ofrece las ayudas Hipermediales dinámicas (AHD) en la enseñanza de la ley del Seno en Trigonometría con estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Escuela de la Palabra de Pereira no se encontraron estudios. Sin embargo, como estado del arte en esta investigación, consideramos algunas del *Centro de Recursos Informáticos educativos* (CRIE) de la UTP, que se tienen con el uso de Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD) para el aprendizaje, con el uso de las TIC en el aprendizaje de las matemáticas, en general

2.1.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza.

- En el libro “*La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina*”, asesorado por un grupo de docentes de la Universidad Tecnológica de Pereira: “El proyecto desarrolla una propuesta de formación pedagógica y didáctica de profesores para profesores; es una recopilación de experiencias de las prácticas pedagógicas de diferentes disciplinas que participaron, entre ellas las áreas de Física, Química, Biología, Filosofía, Ciencias sociales, Deontología, utilizando el concepto de AHD, dimensionado desde el socioconstructivismo y la teoría del aprendizaje por Indagación Progresiva (IP), mediado por el uso de las TIC, estructurado en lo que se ha denominado Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD)”. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)
- El Libro: “*Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en los proyectos de aula con TIC, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente*” (Amador Montaña & otros, 2013): “El libro contiene los principales temas de los seis niveles de un proceso de formación, fundamentado

en el socioconstructivismo medido por las Ayudas Hipermediáles Dinámicas (AHD) como una propuesta pedagógica en TIC, que posibilita un cambio en las prácticas educativas de los maestros, acorde con las exigencias del momento. Hace parte del proceso de formación Computadores para Educar -Universidad Tecnológica de Pereira, convirtiéndose, por tanto, en un material útil como base de nuestra investigación”.

2.1.2 Investigaciones relacionadas con el uso de las TIC en el aprendizaje de la Matemática.

El Ministerio de Educación Nacional Colombiano (MEN) y el Ministerio de TIC (MINTIC), han realizado alianzas con diferentes instituciones para generar procesos de apropiación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el sector educativo.

El proceso de incorporación de TIC lo ha asumido el grupo de investigación CRIE (Creando en Redes de Información y Educación) de la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP), en el marco del programa Computadores para Educar (CPE), como una propuesta apoyada en el uso pedagógico de las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD), “estrategia que integra una variedad de recursos digitales, con una planeación previa en un instrumento denominado diseño tecno pedagógico”. (Coll, C., Mauri, T. & Onrubia, J., 2008C).

“Una AHD es concebida como un producto multimedia provisto de: un sistema de hipertextualidad, un conjunto de estrategias comunicativas, un contenido específico, un sistema de evaluación y de un soporte específico para uso en procesos de enseñanza y aprendizaje, desde un enfoque socioconstructivista” (Amador Montaña & otros, 2013, pág. 44)

“Uno de los retos para el grupo de investigación CRIE fue elaborar una propuesta que permitiera aprovechar los recursos computacionales existentes tanto en las Instituciones Educativas Colombianas, como los recursos digitales disponibles en la web; para ello la AHD se convierte en una herramienta que contribuye a la re significación de las relaciones entre los

elementos del triángulo didáctico (maestro, estudiante y saber) a partir de un enfoque socioconstructivista” (Coll, C., Mauri, T. & Onrubia, J., 2008C).

(Díaz, 2009): “En un enfoque socioconstructivista el maestro propicia el diálogo y la participación del estudiante con sus compañeros”; son principios que rigen las acciones del maestro con las AHD, quien velará por identificar los momentos en que “La Ayuda Hipermedial Dinámica se constituya en andamiaje, o ayuda necesaria para que la construcción del conocimiento se genere mediante actos conscientes y promoviendo una cultura participativa, donde los estudiantes identifiquen que las condiciones de la actividad conjunta, contribuyen a su formación y lo proveen de elementos para resolver problemas de su entorno” (Araújo & Sastre, 2008)

En la interactividad está el cambio en los procesos de aula: La noción de interactividad permite Considerar los tres vértices del triángulo interactivo desde la concepción constructivista del aprendizaje escolar y de la enseñanza en el aula: El maestro, el estudiante y el saber que es objeto de enseñanza y aprendizaje. “Un elemento importante en los proyectos de aula, es que son actividades que forman parte de la vida de la escuela y se implementan con la voluntad de garantizar aprendizajes” (Coll 2009,, Martin 2006,) En este proceso el maestro actúa como facilitador, ofreciendo a los estudiantes recursos y asesoría a medida que realizan sus investigaciones. El maestro no constituye la fuente principal de acceso a la información” (Stone W, 1999)

Los docentes de matemáticas deben ser conscientes del cambio de aprendizaje por el cual los alumnos están inmersos al disfrutar del manejo del computador, específicamente en el manejo de Internet, propiciando actividades escolares donde esté presente el ciberespacio. El uso del recurso instruccional va determinado por el tipo de aprendizaje orientado por su teoría; tal modo facilitará el proceso enseñanza-aprendizaje, enmarcado en la planificación de la práctica docente.

(Sanchez R. , 2010): “La investigación se enmarca dentro de la línea apoyo tecnológico al docente. Su propósito fundamental fue proponer estrategias didácticas empleando las TIC dirigida a los profesores del área de matemáticas de Educación Media. El estudio se orientó en las estrategias didácticas. En virtud de los resultados obtenidos y el contraste de la información, se evidenció que la estrategia didáctica utilizada por la mayoría de los profesores es la exposición. Por lo tanto, se recomienda el uso de las estrategias didácticas apoyadas con las TIC”. (Sanchez R. , 2010)

2.2 BASES TEÓRICAS

Los fundamentos teóricos que sirven como base para esta investigación son: Enfoque pedagógico socioconstructivista, las teorías de aprendizaje autónomo, trabajo colaborativo, y basado en problemas, tomando características de cada uno de estos y otros saberes pedagógicos como (Tpack), el cuarteto del conocimiento (KQ); el conocimiento didáctico del contenido de Lee Shulman y el modelo de Van Hiele; además de las características de los ambientes de aprendizaje y características propicias para el desarrollo de una AHD, para la enseñanza de la ley del seno.

2.2.1 Enfoque Pedagógico Socioconstructivista.

El socioconstructivismo es una teoría psico-pedagógica que trata de abordar la incidencia del actuar sobre nuestra realidad y las transformaciones que se acontecen en esta interacción; en los procesos educativos el socioconstructivismo muestra el desarrollo humano como una construcción gradual de aprendizajes en el que las personas tienen un rol activo operante, marcados en una relación de intercambio socio-histórico-cultural.

Vygotsky sostiene que: *“una persona puede, sentir, imaginar, recordar o construir un nuevo conocimiento si tiene un precedente cognitivo donde se ancle. Por ello el conocimiento previo es determinante para adquirir cualquier aprendizaje, dado que es el producto de la*

influencia que ejerce en él, las personas, la cultura y el ambiente que lo rodea. Estos procesos de interacción social Vygotsky los denomina procesos interpsicológicos”. (Vygotsky, Lev, 1978).

2.2.2 Características del socioconstructivismo:

- Es un proceso dinámico de construcción de conocimientos.
- El conocimiento se establece a partir de: Dimensión constructivista, social e interactiva.
- El ser humano, actúa sobre una zona de desarrollo real (ZDR), la que consiste en lo que es capaz de hacer un estudiante sin ayuda, esto lo hace con el fin de transformar, y transformarse el mismo a través de instrumentos psicológicos.
- Zona de desarrollo próximo (ZDP): plantea, que se aprende en el ámbito social, por interacción y en forma deliberada, permitiendo que el sujeto se comprometa con actividades a realizar.
- Internalización: transformación de los saberes a saberes individuales (Plano interpsicológico al plano intrapsicológicos). El conocimiento se adquiere, primero a nivel interpsicológico y posteriormente a nivel intrapsicológico, de esta manera el factor social juega un papel determinante en la construcción del conocimiento. (Vygotsky, 1978)

2.2.3 Las tareas del proceso educativo desde el Socio-constructivismo.

Cole (1993) propuso que, “bajo un enfoque educativo como el presente, se debe buscar mostrar a los alumnos como construir conocimiento, pero promoviendo a la vez colaboración en el trabajo académico a fin de que considere los múltiples abordajes que se puedan tener frente a un determinado problema, para fomentar así la toma de posiciones y de compromisos intelectuales. (Navarro Torreblanca, Omar & Rojas Drummond, Sylvia, 2010, págs. 32(127), 58-84)

De esta forma Cole (1993) partiendo de sus investigaciones manifiesta que las tareas del proceso educativo desde el socioconstructivismo son:

- Mostrar al estudiante como construir el conocimiento. (ayuda ajustada)
- Promover la colaboración en el trabajo académico.
- Expresar los múltiples enfoques que se pueden tener frente a un determinado problema
- Estimular la toma de posiciones y compromisos intelectuales.

2.2.4 Mediación:

De acuerdo con (Acosta Luévano, 2015) “Los mediadores son los diversos recursos, con los cuales el tutor o facilitador construye un andamio (andamiaje), en el que se apoya, en este caso pueden ser digitales o de otra naturaleza los cuales son un escalón diseñado para conducir a los alumnos hacia la independencia”.

El concepto de mediador y de aprendizaje mediado tiene su origen en la Teoría Sociocultural de (Vygotsk, 1978), la cual operacionaliza a través de la llamada Zona de Desarrollo Potencial (ZDP) una forma de lograr aprendizajes duraderos y el desarrollo óptimo de un estudiante con la ayuda de los adultos o de otros estudiantes más avanzados.

En esta propuesta las actividades diseñadas, están mediadas por las AHD, la cual es una herramienta tecnológica virtual que está estructurada de tal forma que contiene todos los recursos didácticos a utilizar en los procesos de enseñanza aprendizaje de la ley del seno.

2.2.5 Andamiaje:

Según Amador et. al (2015) “Los conceptos de “andamiaje”, se refieren a la función del maestro relacionada con el brindar soporte adecuado a los estudiantes durante el proceso didáctico

y cuando en el mismo, el maestro debe ajustar la dirección y planeación para garantizar resultados satisfactorios y el cumplimiento de las metas de aprendizaje para todos los estudiantes” (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

En este aspecto, el maestro debe considerar con detenimiento las necesidades particulares de sus estudiantes, observando sus diferencias conceptuales, ritmos de aprendizaje su inclusión y capacidades excepcionales. Del mismo modo conforme el estudiante se vuelve más diestro, el profesor va retirando el andamiaje para que se desenvuelva independientemente. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

2.2.6 Ayuda ajustada:

Según (Onrubia, 1995): “La ayuda ajustada son las actividades desde sus propias posibilidades y de los apoyos o soportes que le brinde el maestro” (pág. 103). El autor sostiene que cuando se habla de ayudas se hace referencia a un amplio abanico que tiene el docente para su actuación, desde la intervención directa con un alumno o un grupo de alumnos hasta la organización global de la situación: determinar la duración de una sesión-clase, elegir el espacio en el que tendrá lugar, seleccionar la disposición del mobiliario en un aula ordinaria, decidir el tipo de materiales de consulta con que trabajarán los alumnos, establecer que las actividades habituales serán en pequeño grupo o con todo el grupo clase, presentar a los alumnos un contenido en un momento u otro del curso escolar o del ciclo, estructurar de una u otra forma los momentos de exposición o explicación, posibilitar o no determinadas formas de participación de los alumnos en el aula, permitir que incorporen cuestiones o elementos de su interés, ofrecerles determinados modelos de actuación, formularles indicaciones y sugerencias para abordar nuevas tareas, corregir errores, dar pistas, ofrecer posibilidades de refuerzo o ampliación, elogiar su actuación, valorar los

esfuerzos o el proceso que han realizado... pueden ser todos ellos ejemplos de ayuda educativa y forman parte, todos ellos, de la tarea de enseñar”. (Onrubia, y otros, 1999)

Siguiendo el mismo autor afirma, que ofrecer una ayuda ajustada al aprendizaje escolar supone crear ZDP (Zona de Desarrollo Próximo) y ofrecer asistencia y apoyos en ellas, para que, a través de esa participación y gracias a esos apoyos, los alumnos puedan ir modificando en la propia actividad conjunta sus esquemas de conocimiento y sus significados y sentidos, y puedan ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia, y otros, 1999)

2.3. Niveles de desarrollo

2.3.1. Zona de Desarrollo Próximo (ZDP):

Vygotsky (1980), definió la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como la distancia entre “el nivel de desarrollo real del niño tal y como puede ser determinado a partir de la resolución independiente de problemas” y el nivel más elevada de “desarrollo potencial y tal como es determinado por la resolución de problemas bajo la guía del adulto o en colaboración con iguales más capaces”. (Vallejo, 1999.).

2.3.2. Nivel de Desarrollo Real (NDR):

Es el conjunto de actividades que el sujeto puede hacer por sí mismo, de un modo autónomo, sin la ayuda de los demás. Aclara que en el aprendizaje escolar el niño trae conocimientos y saberes previos; en consecuencia, tanto aprendizaje como conocimiento están presentes desde el nacimiento. (Vygotsky.Lev, 1978)

2.3.3. Nivel de Desarrollo Potencial (NDP):

Es el nivel de actividades que podría alcanzar el sujeto con la colaboración y guía de otras personas, es decir, en interacción con los otros. En ella se determina el desarrollo de las funciones psicológicas individuales en la actividad colectiva y la interacción social del niño (Vygotsky, Lev, 1978). Dicho en términos más generales, *la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)* es el espacio en que, gracias a la interacción y la ayuda de otros, una persona puede trabajar y resolver un problema o realizar una tarea de una manera y con un nivel que no sería capaz de tener individualmente.

De acuerdo con la caracterización de Vygotsky y sus continuadores, es en la ZDP donde el aprendiz puede ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia, y otros, 1999) El mismo autor describe “... *es en esta zona donde el profesor puede actuar para ofrecer una ayuda ajustada, y construir andamiajes mediados por las Tic, para guiar a los alumnos a que comprendan los contenidos y apoyarlos en el desarrollo de sus competencias, sin perder la visión pedagógica socio constructivista en el logro de los aprendizajes integrales*”. (Coll, Martín, Mauri, Mariana Miras, & Zabala., 1993)

Para concretar hay tres cuestiones que deben estar ya claras que pueden ocurrir según (Onrubia, y otros, 1999).

“La primera cuestión es que una misma forma de intervención o actuación del profesor puede, en un momento dado y con unos alumnos dados, servir como ayuda ajustada y favorecer el proceso de creación y asistencia en la ZDP, y en otro momento o con otros alumnos, no servir en absoluto como tal y no favorecer ese proceso, en función de los significados y sentidos que aporten los alumnos a la situación en cada caso concreto.

La segunda cuestión es que la enseñanza no puede, desde esta perspectiva, limitarse a proporcionar siempre el mismo tipo de ayudas ni a intervenir de manera homogénea e idéntica en cada uno de los casos. 3. La tercera cuestión es que, desde estas nociones, la dimensión temporal de las situaciones de enseñanza y aprendizaje adquiere una relevancia fundamental en el momento de decidir qué ayuda concreta puede ser más ajustada en cada caso o de analizar si una intervención específica realizada ha sido ajustada o no” (Coll, Martín, Mauri, Mariana Miras, & Zabala., 1993)

2.3.4 Construcción de Significados Compartidos.

Martin & Trigueros (2005) proponen que: “La construcción compartida de significados a través del lenguaje, es un mecanismo interpsicológico del aprendizaje colaborativo, junto con la interdependencia positiva y las relaciones psicosociales. Implica: la producción conjunta de objetivos, planes y significados; interpretar y contribuir con explicaciones y argumentaciones; mediar y coordinar mutuamente las contribuciones, puntos de vista, críticas y roles en la interacción o exponer reflexiones individuales y colectivas”. (Fernández & Trigueros, 2016)

Según Mercer (2001), cada vez que dialogamos con una o más personas participamos en un proceso de colaboración en el que se negocian significados y se movilizan conocimientos comunes.

2.3.5 Procesos de Internalización.

Según la teoría de Vygotsky (1978): Toda función psicológica superior es externa porque fue social antes que llegar a ser una función psicológica individual, “... *En el desarrollo cultural del niño toda función aparece dos veces: primero entre personas (de manera interpsicológica) y después, en el interior del propio niño (de manera intrapsicológica)*”. (Vygotsky, Lev, 1978)

- Los procesos intrapsicológicos: son los procesos psicológicos que se dan al interior del niño. De manera individual.
- Los procesos interpsicológicos: Son aquellos que ocurren en la interacción, el intercambio de realidades y mundos en el contexto social.

En este sentido los procesos de internalización llevan a la autorregulación teniendo como punto de partida lo social y como punto de llegada lo individual. El proceso cognitivo y comunicativo se da a través del lenguaje, cuando el individuo interioriza esta serie de signos los convierte en instrumentos propios del pensamiento, es decir en medios de autorregulación.

2.3.6 Actividad conjunta.

Se entiende como actividad conjunta, la interactividad de naturaleza esencialmente constructiva en torno a los saberes y tareas de aprendizaje, que potencien la comprensión y elaboración significativa de conocimientos que se construyen con las aportaciones de los participantes, promoviendo las capacidades de aprendizaje autónomo y autorregulado. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

2.4. TEORIAS DE APRENDIZAJE

2.4.1 Aprendizaje Autónomo.

El aprendizaje autónomo es un proceso que permite a la persona desarrollarse independientemente, ser autor de su propio desarrollo, eligiendo los caminos, las estrategias, las herramientas y los momentos que considere pertinentes para aprender y poner en práctica de manera autónoma lo que ha aprendido. (Gonçalves, 2011)

Es adecuado establecer procedimientos no solo para que el estudiante aprenda de forma autónoma, dentro de unos límites planificados, sino también para que reflexione sobre el proceso en el que está inmerso, de manera que, en el futuro, cuando su trabajo sea completamente autónomo, tenga criterios para planificarlo y gestionarlo.

Para lograrlo, el profesor diseña una actividad concreta, el alumno debe trabajar de forma guiada: para conseguir un determinado objetivo de aprendizaje. El alumno tendrá un margen de movimiento en su respuesta, pero siempre dentro de unos límites preestablecidos. Sin embargo, a la vez, debemos garantizar que adquiera unas habilidades que le permitan ir desarrollando esas actividades con un grado de autonomía creciente. La forma de conseguirlo consiste en exigir al alumno que desarrolle un proceso de reflexión para que sea consciente de su propia forma de aprender. (Gonçalves, 2011)

Por consiguiente, se puede determinar que la ayuda tiene un doble sentido por un lado alude al hecho de entregar paulatinamente la responsabilidad del aprendizaje al estudiante y por otro, a que dicha ayuda proporciona las herramientas pedagógicas adecuadas y oportunas en la construcción significativa del conocimiento; estos aspectos son denominados mecanismos de influencia educativa y responden a las precisiones señaladas por Coll (Coll et al., 2008).

Los apoyos y ayudas del profesor al aprendizaje del estudiante, van evolucionando y se modifican para elaborar y reelaborar versiones sucesivas, cada vez más ricas, complejas y válidas de las representaciones compartidas sobre los contenidos y tareas objeto de la actividad conjunta. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

El traspaso paulatino de la responsabilidad y el control sobre el aprendizaje a los estudiantes, relacionado con los conceptos de “andamiaje”, que apunta a las zonas de desarrollo próximo que el profesor utiliza para ir ajustando las ayudas pedagógicas según las características de cada

situación, facilitan la internalización de los contenidos a aprender, en un proceso inicialmente de mayor dependencia, mayor ayuda y a medida que el estudiante va asumiendo mayor responsabilidad en el proceso de aprendizaje el docente va quitando las ayudas, pues se considera que el estudiante es lo suficientemente autónomo para asumir su rol dentro de este proceso (Isaza-López, 2011). En consecuencia, de lo anterior y el reconocer la educación como un proceso sociocultural, implica entonces aceptar que “la enseñanza debe entenderse, como una ayuda al proceso de aprendizaje. Ayuda necesaria porque sin ella es altamente improbable que los alumnos lleguen a aprender, y a aprender de manera significativa. Pero solo ayuda, porque la enseñanza no puede sustituir la actividad mental constructiva del alumno ni ocupar su lugar”.(Amador, 2015)

A continuación, se presentan las principales características del aprendizaje autónomo utilizadas:

- ***Autorregulación:***

La autorregulación del aprendizaje fundamentada en el socioconstructivismo es considerada como un proceso en el cual el estudiante se involucra en las actividades de una manera consiente y reflexiva. Este nivel de consciencia está en el campo de que el mismo estudiante identifica sus posibilidades y sus limitaciones frente a la realización de la tarea. (Huertas R. M., 2009.)

Según Zimmerman (2000), la autorregulación se entiende como “la capacidad de generar pensamientos, sentimientos y actuaciones por parte del estudiante, orientados a conseguir objetivos. La autorregulación más que una capacidad mental o una habilidad académica, es un proceso de autodirección mediante el cual los estudiantes transforman sus capacidades en habilidades académicas. Citado por (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

- ***La Enseñanza Estratégica para la autonomía:***

Según Monereo (2001). “La enseñanza para la autonomía o método didáctico de enseñanza estratégica consiste en ceder o transferir progresivamente el control de la estrategia, que en un primer momento ejerce de manera absoluta el profesor, al estudiante, a fin de que se apropie de ella y pueda empezar a utilizarla de manera autónoma”. (Huertas R. M., 2009.)

- ***Uso estratégico de Procedimientos:***

El uso estratégico de procedimientos, es responsabilidad fundamental de una enseñanza estratégica; en ella se transita desde un control externo y centrado en el profesor, cuando en un primer momento se presenta la estrategia, una segunda etapa en la que el alumno puede practicar la estrategia aprendida con la guía y orientación del docente, para finalmente pasar a una autorregulación interna, centrada en el alumno, cuando este, demuestre poco a poco un dominio cada vez más autónomo de la estrategia aprendida. (Huertas R. M., 2009.).

- ***Elementos del aprendizaje estratégico:***

A partir de las ideas de Díaz, Hernández (2002) y Valenzuela (2000) quienes sostienen que “el aprendizaje estratégico se refiere a aquellos procesos internos” constituidos por los procesos cognitivos, procesos metacognitivos y los afectivo emocionales los cuales definimos:

- ***Procesos cognitivos:***

Huertas (2009) los define como “Procesos internos que permiten la activación sináptica a través de la cual se procesa la información y el conocimiento. El desarrollo de estrategias cognitivas, favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje”. (Huertas R. M., 2009.).

➤ ***Procesos metacognitivos:***

Vienen a Huertas (2009) afirma que: “Vienen a ser los procesos mediante los cuales el sujeto es capaz de analizar y comprender cómo ocurren sus propios procesos y productos cognitivos. La adquisición de estrategias metacognitivas permite desarrollar la toma de conciencia y control de los procesos y productos cognitivos”. (Huertas R. M., 2009.)

➤ ***Procesos afectivos emocionales:***

“Están referidos a todos aquellos procesos motivacionales, el querer aprender; los sentimientos afectivos, placer por aprender; orientados a favorecer una predisposición emocional para optimizar la calidad del aprendizaje. El control de respuestas afectivo emocionales favorables hacia el aprendizaje, permite aumentar la conciencia del estudiante sobre su estado afectivo motivacional”. (Huertas R. M., 2009.)

2.4.2 Aprendizaje Colaborativo.

Como primer paso para acercarnos a una conceptualización que sienta algunas bases para trabajar en torno al aprendizaje colaborativo, ya sea soportado tecnológicamente o no, acudamos a lo que nos dice Cabrera (2008): “El aprendizaje colaborativo se define como aquella situación en la que un grupo de personas establece un compromiso mutuo para desarrollar una tarea y en la que, sólo la coordinación y relación de sus intercambios les permite alcanzar un logro común” (Cardozo Cardone, 2010)

“En este sentido, la construcción de aprendizaje colaborativo surge como aquel conjunto de mediaciones pedagógicas, digitales o no digitales, a través de los cuales se pretende aunar los esfuerzos de un grupo determinado hacia el objetivo de que juntos puedan aprender; escenario en el que aparece la tecnología para la generación de nuevos espacios o entornos que conduzcan a la construcción del conocimiento y el aprendizaje” (Johnson, 1999). Se refiere a grupos pequeños y

heterogéneos trabajando juntos en una tarea en la cual, cada miembro es responsable individualmente de una parte de la actividad que no puede ser completada sino en un trabajo colectivo y en un estado de interdependencia. (Cardozo Cardone, 2010)

Lo anterior considera que para que el aprendizaje colaborativo se produce en un entorno conversacional como acto mediado por la palabra y el discurso, o sea, los participantes tienen que intentar establecer diálogos, negociaciones, explicaciones. Como base para que haya un intercambio debe haber experiencias previas compartidas, estrategias para obtener información, maneras de argumentar las ideas y propuestas, formas de evaluar las aportaciones de los demás, repetir y reformular lo que dicen los otros. (Begoña & contreras., 2006).

- ***Diseño, de tareas para el aprendizaje colaborativo.***

Las tareas diseñadas para los entornos colaborativo tienen el objetivo de conducir a la obtención de unas metas propuestas, por eso su diseño se convierte en la base fundamental para la construcción colaborativa de conocimiento. Al Gulikers et al. (2004) considera que existen tres dimensiones sobre las cuales debe desarrollarse el diseño de tareas o las actividades. Citado por (Cardozo Cardone, 2010)

1. ***La propiedad de la tarea:***

Hace referencia a la pregunta sobre quién determina la tarea., la concreción que se da en el aula es la realmente importante a la hora de determinar la propiedad de la tarea que se basa en dos principios fundamentales:

A. *La responsabilidad individual.*

Hace referencia a la preparación que desarrolla el estudiante en relación con su responsabilidad en la actividad que hay que realizar. Este aspecto es especialmente importante para la motivación del que aprende.

B. *La interdependencia positiva.*

Consiste en suscitar la necesidad de que los miembros de un grupo tengan que trabajar juntos para realizar el trabajo encomendado. Para ello el docente propone una tarea clara y un objetivo grupal para que los alumnos sepan que hay que tomar decisiones sobre la responsabilidad de la ejecución de la tarea. El éxito de cada miembro del grupo está unido al resto del grupo, y viceversa. Se establece a través de objetivos de grupo (aprender y asegurarse de que los demás miembros del grupo también aprendan), reconocimiento grupal (el esfuerzo no es individual, sino de grupo), división de recursos (distribución de información) y roles complementarios.

C. *El carácter de la tarea.*

Tiene que ver con la pregunta sobre cómo se determina si una tarea es relevante o no para los estudiantes. La autenticidad de las tareas es uno de los puntos críticos frecuentemente mencionados en las investigaciones y también uno de los más difíciles. En este sentido, las opciones metodológicas adoptadas en las enseñanzas se centran en el uso del trabajo orientado a la realización de proyectos, a la solución de casos, la solución de problemas para facilitar el acercamiento a problemas y situaciones auténticas.

D. *El control de la tarea.*

Hace referencia al tipo de interacción y participación del profesorado y de los estudiantes. Si bien es necesario planificar y dejar claro el lugar donde se sitúa el control mencionado, a

menudo dependerá mucho del tipo de interacción que se dé entre los estudiantes, el nivel de la responsabilidad asumido, las capacidades comunicativas.

2. Diseño y desarrollo de sistemas de aprendizajes colaborativos.

Kumar (1996) sintetiza sus aportaciones respecto al diseño y desarrollo de sistemas de aprendizajes colaborativos en 7 elementos que son: Citado por (Cardozo Cardone, 2010):

A. Control de las interacciones colaborativas.

Un sistema de aprendizaje colaborativo que tiene una parte activa en el análisis y el control de la colaboración. Por ejemplo, las formas de estructuración de las tareas, la posibilidad de espacios grupales para el trabajo, el uso de sistemas de comunicación sincrónica y asincrónica, el proceso de comunicación con el profesorado.

B. Los dominios de aprendizaje colaborativo:

Los dominios de conocimiento en el aprendizaje colaborativo son de orden complejo necesitan que los grupos adquieran habilidades para: planear juntos, categorizar, memorizar y la distribución de tareas. La idea es que el grupo sepa cuáles son los prerequisites del tema a aprender y refuerce e internalice el tema utilizando el medio colaborativo. (Lage, 2005).

C. Tareas en el aprendizaje colaborativo.

En un entorno colaborativo, los participantes se enfrentan a diferentes tipos de tareas, pero, en todos los casos, una de las principales ejecuciones hace referencia a la resolución de tareas de tipo procedimental. El análisis y la resolución de problemas es fundamental. Sin embargo, este hecho no quiere decir que las tareas tengan que centrarse de forma exclusiva en este tipo de actividades. No obstante, es un error establecer todas las actividades a partir de procesos colaborativos ya que también hay que conceder importancia a las dimensiones individuales.

D. Los entornos colaborativos de aprendizaje.

Se ha de entender entorno o ambiente colaborativo de aprendizaje, el conjunto de elementos en interrelación que constituyen un sistema que favorece el aprendizaje.

Hay muchas posibilidades: entornos de aprendizaje grupal que permitan el trabajo en equipo, dos o más estudiantes trabajando en el mismo problema en sincronía, o un sistema de trabajo asíncrono, un espacio basado en la autorización.

E. Roles en el entorno colaborativo.

El diseño de un entorno de aprendizaje colaborativo necesita considerar el tamaño del grupo, las formas de participación, así como la distribución de los roles. El rol de cada estudiante puede cambiar durante el proceso, pero es necesario establecer ciertas responsabilidades para asegurar que los estudiantes aprenden a trabajar en grupo, en situaciones colaborativas, donde cada uno es responsable de su propio trabajo.

F. Tutorización en el aprendizaje colaborativo.

Son las diversas interacciones que apoyan el aprendizaje, entre alumnos en el mismo nivel, entre el alumno y el alumno experto y entre el alumno y el maestro. (Siza, 2009).

Hay numerosos métodos de tutorización que pueden apoyar el aprendizaje colaborativo: tutorización entre iguales, aprender enseñando, aprendizaje a través de la negociación.

G. Colaboración mediante apoyo tecnológico.

El uso de la tecnología como medio de aprendizaje colaborativo ha tenido cambios muy sustanciales en las dos últimas décadas. “Ya sea de comunicación sincrónica o asincrónica, haciendo uso de chat, correo electrónico o foros de discusión” (Siza, 2009).

2.4.3 Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

Esta teoría toma como una base en su estructura a Barrows (1986) quien define la teoría de ABP como “*un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos*”. (MORALES & LANDA, 2004)

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es un método de enseñanza aprendizaje centrado en el estudiante en el que éste adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real. Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de la misma manera en que lo hará durante su vida cotidiana, es decir, valorando e integrando el saber que los conducirá a la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes.

La metodología consiste en una colección de problemas del contexto, cuidadosamente contruidos por grupos de profesores de materias a fines que se presentan a pequeños grupos de estudiantes auxiliados por un tutor donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego para dar solución al problema.

Básicamente consiste en enfrentar a los alumnos a una serie de dilemas sobre los que no disponen, de manera previa, de una abundante información, con lo que se le incita a la indagación. De esta manera, se posibilitan oportunidades para el desarrollo de habilidades específicas para el análisis, la comprensión y, en su caso, resolución del problema. (Carmen & Elvira, sf)

- ***Métodos del ABP***

“Entre los métodos utilizados en el proceso de trabajo se siguen siete (7) pasos para la resolución del problema”. (Moust & Schmidt., 2007).

1. Aclarar conceptos y términos: Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado.

2. Definir el problema: Es un primer intento de identificar el problema que el texto plantea. Posteriormente, tras los pasos 3 y 4, podrá volverse sobre esta primera definición.

3. Analizar el problema: En esta fase, los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como posibles conexiones que podrían ser plausibles. El énfasis en esta fase es más en la cantidad de ideas que en su veracidad.

4. Realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior: Una vez generado el mayor número de ideas sobre el problema, el grupo trata de sistematizarlas y organizarlas resaltando las relaciones que existen entre ellas.

5. Formular objetivos de aprendizaje: En este momento, los estudiantes deciden qué aspectos del problema requieren ser indagados y comprendidos mejor, lo que constituirá los objetivos de aprendizaje que guiarán la siguiente fase.

6. Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual: Con los objetivos de aprendizaje del grupo, los estudiantes buscan y estudian la información que les falta. Pueden distribuirse los objetivos de aprendizaje o bien trabajarlos todos, según se haya acordado con el tutor.

7. Síntesis de la información recogida y elaboración del informe sobre los conocimientos adquiridos: La información aportada por los distintos miembros del grupo se discute, se contrasta y, finalmente, se extraen las conclusiones pertinentes para el problema.

- ***Ventajas del ABP.***

Según Torp y Sage (1998), el empleo del ABP.

- ✓ Compromete activamente a los estudiantes como responsables de una situación problemática.
- ✓ Organiza el plan de estudios alrededor de problemas holísticos que generan aprendizajes significativos e integrados.

- ✓ Crea un ambiente en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar críticamente y los guían en su investigación. orientándolos hacia el logro de niveles más profundos de indagación.
- ✓ Estimula su motivación intrínseca.
- ✓ Promueve el interés por el autoaprendizaje.
- ✓ Estimula la producción de estructuras de pensamiento complejo.
- ✓ Involucra a los estudiantes a trabajar en colaboración.
- ✓ Activa el conocimiento previo
- ✓ Estimula la creatividad.

El ABP supone la búsqueda del desarrollo integral del alumno, conjugando la adquisición de conocimientos propios de las diferentes materias a estudiar, con el desarrollo de habilidades de pensamiento y para el aprendizaje, así como de actitudes y valores. (TORP & SAGE, 1998)

2.4.4 Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK).

El marco TPACK se construye para explicar la comprensión que tienen los docentes sobre la tecnología educativa y la interacción de PCK entre ellos para producir enseñanza efectiva con la tecnología.

Los Saberes (TPACK) son una forma emergente de saberes que van más allá de los tres componentes nucleares (Contenido, pedagogía y tecnología); refiere a la comprensión que surge de la interacción entre los saberes de contenido, pedagogía y tecnología. Atrás de la enseñanza efectiva y significativa con la tecnología, TPACK es diferente de los saberes de estos tres conceptos individualmente. En contraste, TPACK es la base de la enseñanza efectiva con la tecnología, requiere una comprensión de la representación de conceptos usando habilidades tecnológicas y pedagógicas que usan las tecnologías de manera constructiva para enseñar contenidos, saberes sobre qué hace que un concepto sea difícil o fácil para aprender y sobre cómo la tecnología puede ayudar a abordar algunos de los problemas que atraviesan los estudiantes,

saberes entorno a los conocimientos previos de los alumnos, teorías de conocimiento, y saberes sobre cómo las tecnologías pueden ser usadas para construir un conocimiento existente para desarrollar nuevas epistemologías. . (Matthew J. Koehler, 2015).

El marco TPACK sugiere que la disciplina, la pedagogía y la tecnología y los contextos de enseñanza y aprendizaje tienen roles que ejercer individualmente y juntos. Enseñar de manera exitosa con tecnología requiere crear, mantener y re-establecer continuamente dinámicas de equilibrio entre todos los componentes. (Matthew J. Koehler, 2015)

2.4.5 Los desafíos de enseñar con tecnología.

La enseñanza de la tecnología se complica al considerar los desafíos que las nuevas tecnologías presentan a los docentes. En nuestro trabajo, la palabra *tecnología* se aplica tanto para la tecnología analógica como digital, y para designar la nueva y la vieja tecnología. Tal como saben los educadores, la enseñanza es una práctica complicada que requiere entretelar diferentes tipos de conocimiento especializado. (Matthew J. Koehler, 2015). Algunos contextos sociales e institucionales no apoyan generalmente los esfuerzos de los docentes por integrar el uso de la tecnología en su trabajo. Los docentes a menudo tienen inapropiadas experiencias en el uso de tecnología digital para la enseñanza y el aprendizaje.

Honrando la idea de que enseñar con tecnología es una tarea compleja y débilmente estructurada, proponemos que la comprensión del enfoque para la integración exitosa de la tecnología requiere que los educadores desarrollen nuevas maneras de entender y acomodar esta complejidad. Las tres bases del conocimiento establecidas, contenido, pedagogía y tecnología, forman el núcleo del marco de trabajo (TPACK). (Matthew J. Koehler, 2015)

- ***Conocimiento sobre el contenido***

El conocimiento del contenido es de importancia crítica para los docentes. Tal como Shulman (1986) apuntó, este incluye conceptos, teorías, ideas, marcos organizativos, evidencia y pruebas, así como prácticas y enfoques establecidos para desarrollar ese contenido.

- ***Contenido Pedagógico***

Contenido Pedagógico (PK) es el conocimiento profundo que tienen los docentes sobre los procesos y prácticas o métodos de enseñanza y aprendizaje. Ellos abarcan, entre otros factores, propósitos educativos generales, valores y metas.

- ***Conocimiento Pedagógico del Contenido***

El Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) es consistente y similar la idea elaborada por Shulman (1986, 1987) sobre conocimiento pedagógico aplicable a la enseñanza de contenido específico. Central a la conceptualización de PCK de Shulman se encuentra la noción de transformación del conocimiento disciplinar para su enseñanza. Específicamente, de acuerdo a Shulman (1986), esta transformación ocurre mientras la docente interpreta la disciplina, encuentra múltiples formas de representarla, y adapta y confecciona a medida los materiales de instrucción a las concepciones alternativas y a los conocimientos previos de los estudiantes.

- ***Conocimiento sobre la Tecnología (TK)***

El conocimiento sobre la tecnología (TK) está siempre en un estado de fluidez- más aún que los otros dos dominios de conocimientos en el marco TPACK (Pedagogía y contenido). Entonces, definirlo es notoriamente difícil.

Los saberes de contenidos tecnológicos (TCK), entonces, comprenden el entendimiento de la manera en que la tecnología y el contenido se influyen y limitan mutuamente. Los docentes necesitan dominar mucho más que el contenido que enseñan; además tienen que tener una

comprensión profunda de la manera en que los contenidos (o los tipos de representaciones que pueden ser construidos) puede cambiar con la aplicación de una tecnología en particular.

Para construir el TPK, es necesaria una comprensión profunda de las limitaciones y posibilidades de las tecnologías y los contextos disciplinares con los que funcionan.

2.4.6 The Knowledge Quartet (KQ) o Cuarteto del Conocimiento.

Describe y analiza las observaciones hechas en el aula que revela el conocimiento del contenido matemático, esta categorizado en cuatro unidades o dimensiones: Foundation (Fundamentación); Transformation (Transformación); Connection (Conexión); y Contingency (Contingencia):

1. *Fundamento* o conocimiento y comprensión de las Matemáticas *per se* [MKT];
2. *Transformación* de los conocimientos del profesor para que los alumnos sean capaces de aprenderlos (ejemplos, representaciones, etc.);
3. *Conexión* o conocimiento en acción manifestado en la coherencia y planificación de los contenidos a enseñar [HCK];
4. *Contingencia* o conocimiento en interacción en el aula, pensar sobre la marcha.

Conceptualmente, las cuatro dimensiones del Cuarteto de Conocimiento se describen de la siguiente manera. La primera dimensión, la Fundamentación consiste en los conocimientos, creencias y comprensión adquirida en la formación de los profesores, para su rol en la sala de clases. El componente clave es el Conocimiento y comprensión de las matemáticas *per se* sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, incluyendo las creencias sobre la naturaleza del conocimiento matemático, los propósitos de la educación matemática y las condiciones bajo las cuales los alumnos aprenden mejor matemáticas. Códigos claves: Conciencia de los objetivos,

Identificación de errores, Conocimiento manifiesto de la materia, Puntos teóricos de pedagogía, Uso de terminología, Utilización de libros de texto, Dependencia de los procedimientos. (Rowland, 2007)

La segunda dimensión, la Transformación, es el conocimiento en la acción, es decir demostrado tanto en la planificación de lo que se va a enseñar como en el mismo acto de enseñar. Las descripciones y los significados propios del profesor se transforman y se presentan en método y manera que los alumnos sean capaces de aprenderlos. (Deulofeu, 2015)

La presentación de ideas a los alumnos en forma de analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones. (Kuh, 1986). Códigos claves: Elección de representaciones, Demostraciones del profesor, Elección de ejemplos, refutación por contraejemplos,

La tercera dimensión la Conexión, combina las elecciones y decisiones que se hacen en partes concretas del contenido matemático. Esta categoría se refiere a la coherencia de la planificación o de la enseñanza a lo largo de un curso o lección. Es lo que Ma (2010) denomina el conocimiento amplio y profundo de la materia. Además, incluye la coherencia de la instrucción en la secuenciación y además la conciencia de las demandas cognitivas relativas de los diferentes tópicos y sus tareas. (Deulofeu, 2015)

Son las conexiones entre diferentes significados y descripciones de conceptos particulares o entre modos alternativos de representar conceptos y de llevar a cabo los procedimientos; y, por otro lado, la complejidad pertinente y la demanda cognitiva de conceptos y procedimientos matemáticos, por la atención de la secuenciación del contenido. Claves: “conexiones entre conceptos”, “conexiones entre procedimientos” y “conexiones entre procedimientos y conceptos”, Secuenciación de temas en la instrucción en una lección y entre lecciones.

La cuarta y última dimensión es la Contingencia, que se presenta en situaciones de la sala de clases que no han sido planificados previamente por el profesor o que se desvían de la planificación hecha por el profesor para la clase y que se presentan mientras éste enseña. También se entiende como la capacidad de asistir a los alumnos de manera improvisada a sus preguntas, demandas o reacciones; se trata por tanto de conocimiento en interacción en el aula, manifestado en la habilidad del profesor para pensar sobre la marcha y responder a las intervenciones de los alumnos durante la clase. Las posibles actuaciones del profesor cuando se presenta una situación contingente van desde desviarse de lo que tenía programado cuando la contribución inesperada de un alumno pueda resultar particularmente beneficiosa a dicho alumno y a la mayoría de la clase, o pueda implicar una vía de investigación productiva, hasta la no consideración de la intervención, pasando por diversos caminos intermedios. (Rowland, 2007)

Rowland y Turner (2007), resumen de la siguiente manera el cuarteto de Conocimiento:

“Fundamentación o conocimiento: adherencia a las ideas de los libros de texto; conciencia del propósito; concentración en los procedimientos; identificación de los errores; conocimiento explícito del tema; base teórica; uso de terminología.

Transformación: elección de ejemplos; elección de representaciones; demostración.

Conexión: anticipación de complejidad; decisiones sobre la secuenciación; realización de conexiones; reconocimiento de la pertinencia conceptual.

Contingencia: desviación de la agenda; respuesta a las ideas de los alumnos; uso de las oportunidades”, (p.110). (Deulofeu, 2015)

2.4.7 CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO SHULMAN.

Shulman propone un mínimo de conocimientos que debe tener el docente y los agrupo en tres categorías: conocimiento del contenido de la materia específica, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular (Shulman L. S., 1986).

En 1987 Shulman propone otras categorías ampliando el modelo de razonamiento pedagógico en la preparación de la enseñanza de los docentes y se centran en los siguientes aspectos:

- Conocimiento del contenido
- Conocimiento didáctico del contenido
- Conocimiento de los alumnos
- Conocimiento curricular
- Conocimiento didáctico general
- Conocimiento de las metas y objetivos
- Conocimiento de los contextos, marcos y gestión educativa.

El conocimiento didáctico del contenido es de gran importancia porque da a conocer el nivel de experiencia en los conocimientos para la enseñanza por parte de los profesores, Como lo muestra (Shulman L. , 1987).

- ***Conocimiento del contenido***

Shulman (1986) define el conocimiento del contenido como la “cantidad y organización de conocimiento que posee un profesor” y este es el elemento esencial y previo a la función docente, el cual debe tener un mínimo de dominio del contenido a enseñar. Shulman sustenta que las habilidades desarrolladas por la experiencia de manejo de contenidos pueden hacer que el docente anticipe situaciones que con lleven a problemas de comprensión por parte de los estudiantes.

Un buen manejo de la disciplina significa saber que algo es así y comprender el porqué de esta naturaleza, pero además saber bajo que circunstancia se valida este conocimiento: “Esto será

importante en subsiguientes decisiones pedagógicas que consideren el énfasis curricular” (Shulman L. S., 1986).

- ***Conocimiento didáctico del contenido***

Shulman (1986 y 1987) y Barnett y Hodson (2001) afirman que “no solo basta tener conocimiento acerca de lo que se debe de enseñar, también es necesario tener las habilidades de dar este conocimiento de manera asertiva y poder lograr así un aprendizaje verdaderamente”

- ***Conocimiento del estudiante***

Entre los componentes más importantes del Conocimiento didáctico del contenido CDC se encuentra el conocimiento de los procesos de aprendizaje del estudiante, sobre el contenido que desea enseñar. Hawkins (en Smith y Neale, 1989) define este dominio de conocimiento como la habilidad de hacer "penetrable" el contenido a los estudiantes. Consiste en la apremiante necesidad de que el profesor incorpore e integre a su bagaje de conocimientos los diferentes errores, preconcepciones y concepciones de los estudiantes y las condiciones instruccionales necesarias para lograr transformar estas concepciones de manera adecuada y correcta (Shulman L. S., 1986).

Para Shulman es muy importante que el profesor sepa y entienda como son los procesos de aprendizaje que presentan los educandos lo cual implica conocer el origen y evolución del proceso cognitivo del estudiante (según edad, grado, experiencia y escolaridad), las motivaciones (intrínsecas y extrínsecas) las expectativas e intereses, las ameras de aprender, las preconcepciones, concepciones y dificultadas relativas al aprendizaje en general.

- ***Conocimiento curricular***

Para Shulman el conocimiento curricular es la pertinencia que tiene el docente en el momento de decidir que material educativo, métodos o programas utilizar para difundir correctamente el conocimiento curricular.

- ***Conocimiento didáctico general***

Por último, tenemos el **conocimiento didáctico del contenido**. Se trata de lo que el autor describe como un tipo de conocimiento que está más relacionado con el conocimiento del tema en una dimensión relacionada con el momento de la enseñanza en sí, más que con el dominio de la información que tenemos del tema. Es decir, como el propio nombre indica, se trata más de un dominio pedagógico sobre el tema que un dominio informacional o de conocimientos, refiriéndonos estrictamente a la acumulación de conocimientos sobre el tema.

2.4.8 Ambientes de Aprendizaje.

Para definir qué es un ambiente de aprendizaje, es necesario tener en cuenta las nociones de: entorno, ambiente y clima de aprendizaje, que a continuación brevemente se describen (Vité, 2012)

- ***El entorno***

Comprende todo lo que abarca el proceso educativo de enseñanza y aprendizaje; el espacio que rodea al estudiante que participa del proceso, conformado tanto por elementos materiales, infraestructura e instalaciones de la institución, como por aspectos que afectan directamente al estudiante, tales como factores físicos (sentirse cómodo en la planta física), afectivos (ser aceptado por sus compañeros), culturales, económicos, familiares, sociales, ambientales, etc. Los elementos mencionados se combinan y producen efectos tanto favorables como desfavorables en el aprendizaje de los alumnos (Vité, 2012)

- ***El ambiente:***

Se refiere a los espacios en los cuales se llevan a cabo las actividades educativas, los cuales pueden comprender tres tipos: El áulico, actividades de enseñanza y aprendizaje que se genera en el aula de clase; real, se da el proceso en escenarios que son reales donde se puede verificar la aplicación de conocimientos y competencias adquiridas, incluidas las actitudes y valores (estos escenarios pueden ser un laboratorio, biblioteca, áreas verdes, etc.); y virtual, aquellos que se diseñan a través del uso de las TIC, puede citarse la computadora, un aula virtual, el uso de internet, acceso a blogs, actividades divertidas como: rompecabezas, crucigramas. (Vité, 2012)

- ***El clima de aprendizaje:***

Consiste en la interacción, comunicación que se da en el proceso de enseñanza y aprendizaje entre los sujetos que participan en él (docente y estudiantes, viceversa y estudiantes con estudiantes). En éste debe preponderar la armonía, confianza, respeto, seguridad, para que los aprendices, puedan comunicar sus ideas e inquietudes con libertad; en este espacio también se incorporan las reglas que permitan un buen desarrollo del proceso educativo. En estas últimas juega un papel importante que el docente sea un modelo de conducta, la cual debe ser consecuente con las expectativas de los estudiantes. Por ejemplo, si se establecen reglas que prohíben el abuso verbal o físico, ruidos que interrumpen el trabajo de los demás, entre otras, el docente debe también seguirlas. (Vité, 2012) . Seguido de las consideraciones anteriores, se propone como definición de ambiente de aprendizaje, la siguiente según López (2015):” Hablar de ambiente de aprendizaje, nos remite al escenario donde existen y se desarrollan condiciones favorables de aprendizaje. Un espacio y un tiempo en movimiento, donde los participantes desarrollan capacidades, competencias, habilidades y valores. Donde, además, son tenidas en cuenta, la organización y disposición espacial, las relaciones establecidas entre los elementos de su estructura, pero también,

las pautas de comportamiento que en él se desarrollan, el tipo de relaciones que mantienen las personas con los objetos, las interacciones que se producen entre las personas, los roles que se establecen, los criterios que prevalecen y las actividades que se realizan; esto es, el aula” (p. 16).

La clase está constituida dentro de unas coordenadas espacio – temporales del curso académico (López, 2015), por un grupo de personas (estudiantes y docente), entre los cuales se generan diferentes clases de relación, mediante vínculos de autoridad, confianza, afecto, cooperación, sumisión, rechazo, imposición, entre otras; transformándose en una relación recíproca y multidimensional que modifica el ambiente que se desarrolla diariamente. En tal sentido, se puede decir que el clima o convivencia que se establece en el aula, inciden en algún grado en el logro de los aprendizajes. López (2015) afirma que: «La variable que tiene mayor efecto positivo en el aprendizaje de los alumnos es el clima de aula» (p. 17).

Según Fernández (citado por López, 2015), la relación entre profesores y alumnos y el clima que se da dentro del aula, no sólo intervienen en el rendimiento académico de los estudiantes, sino que además facilitan o dificultan el bienestar y desarrollo personal de todos los integrantes dentro de la clase; es decir, que existe una relación directa y positiva entre la eficacia de la enseñanza y un clima apto dentro del aula.

2.4.9 MODELO VAN HIELE.

La Teoría de Niveles de Van Hiele, fue desarrollada por Pierre María Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof en disertaciones doctorales separadas en la Universidad de Utreht en Holanda en 1957. Este modelo se compone de tres elementos principales (López& Duarte, 2009):

- 1) Percepción “*insight*”, que se entiende como comprensión de las estructuras.
- 2) Estratificación del razonamiento humano en una jerarquía de niveles.

3) Fases de aprendizaje, que sirven de guía para diseñar la instrucción a la que se deben exponer los alumnos para ayudarlos a progresar del nivel en que se encuentren al siguiente.

En este modelo se observa una “jerarquización” ya que se trabaja sobre unos niveles, los cuales tienen un orden que no se puede alterar, y son “recursivos”, es decir que “lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel”. La progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje (Fouz& De Donosti, 2005) Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4 (Fouz& De Donosti, 2005) Estos niveles se denominan de la siguiente manera:

NIVEL 0: Visualización o reconocimiento: en este nivel los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes. Se describen por su apariencia física asemejándoles a elementos familiares del entorno.

NIVEL 1: Análisis: se perciben los componentes y propiedades de los objetos y figuras, por medio de la observación y experimentación. Sin embargo, no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

NIVEL 2: Ordenación o clasificación: se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones. Por último, siguen las demostraciones, pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura.

NIVEL 3: Deducción formal: en este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Se comprenden y

manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

NIVEL 4: Rigor: se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

En la mayoría de trabajos realizados con estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. Hoy en día, al ser un modelo muy conocido y admitido por muchos docentes.

(López& Duarte, 2009): realizaron un trabajo muy completo alrededor de la enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele, donde se hizo hincapié en la importancia de la red de relaciones que un alumno puede llegar a construir cuando se enfrenta a un concepto matemático y su estrecha relación con la idea de estructura en el modelo educativo de Van Hiele. Además, que la comprensión de la forma como funcionan las estructuras en el proceso de pensamiento permite el diseño de material didáctico que favorece en el alumno el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

2.5 LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

En todos los ámbitos sociales cada vez hay más personas que pueden acceder a la tecnología de la información y las comunicaciones, podríamos afirmar que su presencia en el aula ya es una realidad y el proceso de incorporación de las TIC, en el ámbito educativo debe ser analizado y estudiado como una innovación, ya que presenta cambios y transformaciones en todos los elementos del proceso didáctico. (Cambios en el rol del profesor, y del alumno en método de

enseñanza). De nada sirve la incorporación de las TIC a los procesos pedagógicos si no se producen otros cambios en el sistema de enseñanza.

Desde la perspectiva del socioconstructivismo las TIC pueden ingresar como mediadores que brinden un andamiaje adecuado para el recorrido de la zona de desarrollo próximo y por lo mismo deben favorecer los procesos interpsicológicos e intrapsicológicos necesarios. Una propuesta que busca ajustarse a estos requerimientos es la que se utiliza en este trabajo es la de los Sistemas Hipermedia Adaptativos (SHA) y dentro de este concepto se inscriben las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD).

2.5.1 La AHD como Sistema Hipermedial Adaptativo (SHA).

Brusilovsky (1996) define el término Sistema Hipermedia Adaptativo (SHA) como *“todos los sistemas de hipertexto e hipermedia que reflejan algunas características del usuario en el modelo de usuario y aplican este modelo para adaptar varios aspectos visibles del sistema al usuario”* (p. 2).

Según este autor es un sistema que debe cumplir tres criterios para ser llamado SHA:

1. Ser hipertextual o Hipermedial.
2. Tener un modelo de usuario.
3. Poder adaptar el contenido hipermedial o hipertextual al modelo de usuario. (Brusilovsky, 1996)

La propuesta de las AHD como instrumento didáctico para la enseñanza y el aprendizaje, se ajusta a las características de los SHA, dado que es un sistema hipermedia provisto de hipertextualidad, posee una estructura que puede adaptarse a las características concretas de cada usuario, (normalmente se tratarán de atributos tales como necesidades de información, condiciones

de acceso, experiencia y conocimientos), de esta manera puede ofrecerle un material acorde a sus particularidades de acuerdo al modelo del usuario y al dominio en el que se está trabajando.

Para (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015) la AHD como instrumento didáctico, es un producto multimedia, provisto de hipertextualidad que promueve procesos metacognitivos; se fundamenta en el socioconstructivismo, configurándose como un instrumento es un producto multimedia, provisto de hipertextualidad que promueve procesos metacognitivos; se fundamenta en el socioconstructivismo, configurándose como un instrumento psicológico y que Coll (2007) denomina como: “mediador de procesos intra e intermentales implicados en la enseñanza y el aprendizaje, donde se establece como un medio de representación del conocimiento y un sistema estratégico de comunicación para la implementación de las TIC en procesos educativos, mediante el desarrollo de un diseño tecnopedagógico (DTP) correspondiente a los fines de formación, modificando e innovando las relaciones entre el maestro, el estudiante y el saber”.

Por ello la AHD se convierte en una herramienta que contribuye a la resignificación de las relaciones entre los elementos del triángulo didáctico (maestro, estudiante y saber) a partir de un enfoque socioconstructivista (Coll, C., Mauri, T. & Onrubia, J., 2008C)

2.6 MATERIAL EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Según Blázquez y Lucero (2002,) citado por González (2011): *“Los materiales educativos están constituidos por todos los instrumentos de apoyo, y cualquier recurso que el profesor prevea emplear en el diseño o desarrollo del currículo, para aproximar o facilitar los contenidos, mediar las experiencias de aprendizaje, provocar encuentros o situaciones, desarrollar habilidades cognitivas, apoyar sus estrategias metodológicas, o facilitar o enriquecer la evaluación”*. (p. 186)

En este sentido, las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) se han convertido en una poderosa herramienta didáctica que suscitan la colaboración en los alumnos, centrarse en sus aprendizajes, mejoran la motivación y el interés, promueven la integración y estimulan el desarrollo de ciertas habilidades intelectuales tales como el razonamiento, la resolución de problemas, la creatividad y la capacidad de aprender a aprender.

En la actualidad, la tecnología, y especialmente la Internet se ha convertido en un medio que ofrece un sin número de recursos digitales en línea que han sido creados para ponerlos en práctica en el campo educativo, con la intención de favorecer el desarrollo curricular de diferentes áreas de aprendizaje.

2.6.1 Características del material educativo digital.

Según Moreira (2000), describe las características de los materiales electrónicos para Internet: en pocas palabras deben asumir los siguientes rasgos o características: materiales hipertextuales, flexibles, atractivos, interactivos y con mucha información. A continuación, describe estos rasgos:

- *Materiales cuya información esté conectada hipertextualmente.* Entre cada segmento o parte del módulo de estudio deben existir conexiones o enlaces que permitan al alumno "navegar" a través del mismo sin un orden prefijado y de este modo permitir una mayor flexibilidad pedagógica en el estudio de dicho módulo.
- *Materiales con un formato multimedia.* Los materiales didácticos deben integrar textos, gráficos, imágenes fijas, imágenes en movimiento, sonidos, ... siempre que sea posible. Ello redundará en que estos materiales resulten más atractivos y motivantes a los estudiantes y, en consecuencia, facilitadores de ciertos procesos de aprendizaje.
- *Materiales que permitan el acceso a una enorme y variada cantidad de información.* Los materiales electrónicos (bien en Internet o otro medio). Por ello, en todo módulo electrónico debe existir una opción de "enlaces a otros recursos en la red" de modo que el alumnado pueda acceder a otros sitios web de Internet que contengan datos e informaciones de utilidad para el estudio del módulo.
- *Materiales flexibles e interactivos para el usuario.* Los materiales deben permitir al alumnado una secuencia flexible de estudio del módulo, así como distintas y variadas alternativas de trabajo (realización de actividades, navegación por webs, lectura de documentos, etc.). Es decir, los materiales que se elaboren no deben prefijar una secuencia única y determinada de aprendizaje, sino que deben permitir un cierto grado de autonomía y flexibilidad para que el módulo se adapte a las características e intereses individuales de los alumnos.

- *Materiales que combinen la información con la demanda de realización de actividades.* Frente a un modelo de aprendizaje por recepción, se pretende desarrollar materiales que estimulen el aprendizaje a través de la realización de actividades. Es decir, estos materiales deben combinar la presentación del contenido informacional con la propuesta de una serie de tareas y actividades para que el alumnado que al realizarlas desarrolle un proceso de aprendizaje activo, basado en su propia experiencia con la información (a través de ejercicios, navegaciones guiadas por la red, lectura de documentos, elaboración de trabajos”. (p. 5-6).

El aprendizaje de las Matemáticas puede beneficiarse de estas características, dado que ofrecen ventajas en cuanto a que presentan los conceptos de una forma más visual e interactiva, estos recursos igualmente relacionan las Matemáticas con otros aspectos de la vida, para que resulten más accesibles a cualquier edad; además actualmente añaden un componente lúdico que las hace mucho más atractivas y que incluyen propuestas transversales, interactivas y multimediales para la aritmética, la geometría, la trigonometría, así como otras para uso de docentes.

La clasificación de recursos digitales puede ser aprovechadas para potenciar el proceso de didáctico de enseñanza- aprendizaje, según Townsend (2000) citado por Quiróz (2009). Se relacionan en la tabla.

Tabla 1: Clasificación Recursos digitales que pueden ser aprovechadas para potenciar el proceso de didáctico de enseñanza- aprendizaje.

TIPO	Recursos
Transmitivos	<ul style="list-style-type: none"> • Tutoriales para apropiación y afianzamiento de contenidos. • Sitios en la red para recopilación y distribución de información. • Bibliotecas, enciclopedias, videotecas, y audiotecas digitales. • Sistemas para reconocimiento de patrones (imagen, sonido, texto) • Sistemas de automatización de procesos, que ejecutan lo esperado
Activos: (Softwares)	<ul style="list-style-type: none"> • Modeladores de fenómenos o de micromundos. • Simuladores de procesos o de micromundos. • Digitalizadores y generadores de imágenes o de sonido. • Juegos individuales de: creatividad, habilidad, competencia, roles. • Sistemas expertos en un dominio de contenidos. • Agentes inteligentes: buscadores y organizadores con inteligencia

Herramientas de productividad:	<ul style="list-style-type: none"> • Procesador de texto • Hoja de cálculo, Procesador gráfico, • Organizador de información. • Herramientas multimediales creativas: editores de hipertextos, de películas, de sonidos o de música.
Interactivos	<ul style="list-style-type: none"> • Juegos en la red, colaborativos o de competencia, con argumentos cerrados o abiertos, en dos o tres dimensiones. • Sistemas de mensajería electrónica (MSN, AIM, ICQ), • Programas de videoconferencias en línea. • CHAT textual o multimedial para hacer diálogos sincrónicos • Sistemas de correo electrónico textual o multimedial • Sistemas de foros electrónicos, • Blogs, Wikis, moderados o no moderados, que permiten hacer diálogos e interactuar, asincrónicamente.

Fuente: según Townsend (2000), citado por Quiróz (2009. p.48).

2.6.2 Usos de Material Educativo.

Medina, Domínguez & Sánchez (2008) precisan sobre que “El empleo de medios y recursos requiere explicitar el modelo de construcción e integración de los mismos y el proceso de diseño y adecuación de la presentación del contenido instructivo mediante la programación de unidades didácticas”. (p. 2).

Por ello siguiendo la idea socioconstructivista de la zona de desarrollo próximo y de ayuda ajustada, el material a utilizar debe propender por favorecer el proceso intra e inter mental con el que los alumnos crean el conocimiento. Por esto mismo el material no se supone que “entrega” el saber, sino que debe mediar su construcción.

Por su parte, Marqués (2000) citado por González (2011) señala que los medios didácticos cumplen, entre otras, las siguientes funciones:

- *Motivar, despertar y mantener el interés.*
- *Proporcionar información*
- *Guiar los aprendizajes de los estudiantes.*
- *Organizar la información, relacionar conocimientos, crear nuevos conocimientos y aplicarlos.*
- *Evaluar conocimientos y habilidades.*
- *Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y experimentación.*
- *Proporcionar entornos para la expresión y creación. (p. 3)*

2.6.3. Adaptación de Material educativo.

No es necesario crear todo el material que se vaya a utilizar en un dispositivo multimedia al igual que no es necesario utilizarlo tal cual se encuentra. Lo más frecuente es que el docente deba modificar de alguna manera el material a utilizar para que se alinee adecuadamente a sus objetivos. Arreaga, Fuente, Pardo & Delgado (2005, p. 214) en su artículo sobre adaptación de material educativo indican que existe un consenso sobre la existencia de 3 tipos principales de adaptaciones: de contenido, de flujo del aprendizaje y de interfaz. A continuación, presentamos la clasificación según la plantean los autores mencionados.

- ***Adaptación del contenido:***

De Bra et al (1999) plantea que la adaptación del contenido “*Consiste en la modificación de los materiales a entregar a cada alumno, atendiendo a los diferentes parámetros del estado del curso*”. Así un concepto puede ser estudiado a través de vídeos, actividades y lecturas. De esta forma cada alumno puede recibir un tipo de material según su estilo de aprendizaje, trabajando todos ellos sobre el mismo concepto.

- ***Adaptación de flujo de aprendizaje:***

La adaptación del flujo de aprendizaje consiste en modificar el orden de realización de actividades en función del estado del curso. Por ejemplo, existen alumnos que prefieren estudiar la teoría antes de pasar a la fase de experimentación, mientras que otros prefieren adquirir la experiencia práctica y luego encontrar los fundamentos teóricos.

- ***Adaptación de la interfaz:***

Un tercer tipo de adaptación se basa en la posibilidad de modificar el formato en el que los materiales son presentados. Esta modificación puede ser debida al tipo de dispositivo con el que los participantes del curso acceden al material. Por ejemplo, el acceso a través de un dispositivo móvil requerirá de una interfaz de usuario simplificada.

2.6.4 Estrategias comunicativas.

En su tesis doctoral sobre estrategias de comunicación Morales (2003) las define como *“esos recursos o planes (comunicativos) conscientes... para resolver problemas de comunicación”* (p. 11). En el caso de las matemáticas estas estrategias cobran una especial importancia ya que los objetos con los que se trata son abstractos, por lo tanto, los recursos concretos utilizados para presentar un concepto matemático se hacen únicamente a nivel simbólico; es imposible mostrar un cinco, únicamente podemos mostrar objetos o recursos que lo simbolicen. Esto tiene como consecuencia que si la comunicación, que tiene su base en lo simbólico, falla, no será posible un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier objeto matemático.

Por otro lado, la comunicación es un proceso multimedial por excelencia en el que concurren la palabra, el gesto, el medio y la mente de los implicados. En el caso del presente trabajo las TIC se implican como mediadoras en la estrategia comunicativa que puedan desarrollar los alumnos entre sí y el docente con los alumnos.

2.7 LA ENSEÑANZA DE LA LEY DEL SENO

Según (Salandía, 2016): “La resolución de problemas matemáticos es una actividad fundamental en la Matemática; poniendo esta situación en evidencia durante muchos años y pasando por diferentes épocas se aprecia el proceso de enseñanza y aprendizaje de la propia matemática; Sin embargo, esta situación se ha convertido en una dificultad en los estudiantes de todos los grados; es de ahí donde surge la necesidad de investigar esta dificultad”.

A continuación, se abordará la evolución de la resolución de problemas matemáticos desde una perspectiva histórico-didáctica, tomando como guía cuatro etapas fundamentales: la

Antigüedad, partiendo desde el 2000 a. C. hasta la caída del Imperio Romano en el siglo V d. C; se sigue con la Edad Media, hasta el siglo XV; luego la Era Moderna, que finaliza con la alborada del siglo XX; y se concluye en la época Contemporánea. (Salandía, 2016)

Desde la edad antigua donde el hombre era reconocido por sus habilidades en calculo y contabilidad hasta plantear problemas: Platón resalta la Geometría, por medio de problemas haciendo alusión al hombre y su entorno.

En la Edad media donde Euclides, entre otros reconocidos matemáticos buscaban que la matemática tuviese un entorno más práctico y una dirección formativa de la resolución de problemas matemáticos.

La resolución de problemas en el ámbito de la modernidad condiciona una perspectiva donde el hombre y su personalidad, constituyen el centro de la problemática. (Salandía, 2016)

Mientras en la época contemporánea, tienden al análisis del rol dinámico y activo de los sujetos, como dar solución a los problemas y su significación; desde una perspectiva más racional que la sola intención formativa y didáctica de la Matemática. (Salandía, 2016)

2.7.1 CONCEPTOS BASICOS.

- ***Trigonometría***

La palabra trigonometría se deriva de dos palabras griegas: trigonon (triángulo) y metria (medición), esta surge en Grecia hace más de 2000 como respuesta a la necesidad de medir los ángulos y lados de triángulos con métodos más precisos. (Swokowski, 2009 , pág. 399)

- ***Ángulos***

“En geometría, un ángulo se define como el conjunto de puntos determinados por dos rayos o semirrectas, que tienen el mismo punto extremo llamado vértice. Un ángulo puede también ser

considerado como dos segmentos de recta finitos con un punto extremo común. En trigonometría con frecuencia interpretamos ángulos como rotaciones de rayos. Empezamos con un rayo fijo llamado lado inicial, que tiene punto extremo llamado vértice y lo giramos, en un plano, a una posición especificada por el rayo, llamado lado terminal”. . (Swokowski, 2009 , pág. 400)

Si se hace girar en dirección contraria al giro de las manecillas de un reloj hasta la posición terminal, el ángulo se considera positivo y Si se hace girar en dirección de las manecillas, el ángulo es negativo. Los ángulos se denotan muchas veces con letras griegas minúsculas como α (alfa), β (beta), γ (gamma), θ (theta), ϕ (fi) y así sucesivamente.

“Una unidad de medida para los ángulos es el grado. El ángulo en posición estándar obtenido por una revolución completa en sentido contrario al de las manecillas del reloj mide 360 grados, que se escribe 360° ; por tanto, un ángulo de un grado (1°) se obtiene por de toda una revolución en sentido contrario al de las manecillas del reloj”. (Swokowski, 2009 , pág. 401)

- ***Teorema de Pitágoras***

El teorema de Pitágoras establece que en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de cada una de las longitudes de los catetos.

- ***Las Razones Trigonométricas***

Las funciones trigonométricas en la forma en que se originaron históricamente: como razones entre los lados de un triángulo rectángulo. Un triángulo es un triángulo rectángulo si uno de sus ángulos es recto. Se pueden obtener seis razones usando las longitudes a , b y c de los lados del triángulo, y para cada ángulo existen, seis razones que están determinadas de manera única y por tanto son funciones. Reciben el nombre de funciones trigonométricas y se denominan como las funciones seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante, abreviadas \sin , \cos , \tan , \cot , \sec y \csc , respectivamente. (Swokowski, 2009 , pág. 412)

- **Función Seno**

El símbolo $\text{sen } (\alpha)$, o $\text{sen } \alpha$ se usa por la razón b/c, que la función seno asocia con α . Los valores de las otras cinco funciones se denotan de un modo semejante.

$\text{sen } \phi = \text{Lado Opuesto} / \text{Hipotenusa}$.

Podemos interpretar geométricamente funciones trigonométricas de números reales si usamos una circunferencia unitaria U, es decir, una circunferencia de radio 1, con centro en el origen O de un plano de coordenadas rectangulares

Así, la función seno es impar; así su gráfica es simétrica con respecto al origen

Periodo 2π ; Dominio \mathbb{R} ; Rango $[-1,1]$

Intersecciones con el eje $x = \pi n$; Intersecciones con el eje $y = 0$ (Swokowski, 2009 , págs. 421-425)

Con frecuencia usaremos la siguiente notación. Los vértices de un triángulo se denotarán con A, B y C; los ángulos en A, B y C se denotarán con α , β y θ respectivamente; y las longitudes de los lados opuestos a estos ángulos por a, b y c, respectivamente. El triángulo mismo se mencionará como triángulo ABC. Si un triángulo es rectángulo y si uno de los ángulos agudos y un lado se conocen o si se dan dos lados, entonces podemos hallar las partes restantes que expresa las funciones trigonométricas como razones entre lados de un triángulo. Podemos referirnos al proceso de hallar las partes restantes como resolver el triángulo. (Swokowski, 2009 , pág. 426)

2.7.2 Teorema del Seno o Ley de los Senos.

El teorema o ley del seno es una relación de proporcionalidad entre la longitud de los lados de un triángulo y los senos de los ángulos opuestos respectivamente; consideramos métodos para resolver triángulos oblicuos usando la ley de los senos (Swokowski, 2009 , pág. 570)

Un triángulo oblicuo es aquel que no contiene un ángulo recto. Dado el triángulo ABC,

La ley de los senos está formada por las siguientes tres fórmulas: (1) (2) (3) Para aplicar cualquiera de estas fórmulas a un triángulo específico, debemos conocer los valores de tres de las cuatro variables. Si sustituimos estos tres valores en la fórmula apropiada, podemos entonces despejar el valor de la cuarta variable. Se deduce que la ley de los senos se puede usar para hallar las partes restantes de un triángulo oblicuo, siempre que conozcamos cualquiera de lo siguiente (las tres letras en paréntesis se usan para denotar las partes conocidas, con L representando un lado y A un ángulo): $\sin \alpha / a = \sin \beta / b = \sin \theta / c$

(1) dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos (LLA)

(2) dos ángulos y cualquier lado (AAL o ALA) (Swokowski, 2009 , pág. 571)

La ley de senos no se puede aplicar directamente a los dos siguientes casos:

(1) dos lados y el ángulo entre ellos (LAL) y (2) tres lados (LLL).

Es muy común en los estudiantes que una vez identificados que la resolución de triángulos oblicuos no es posible por el teorema de Pitágoras, pretendan resolver todos los casos con la ley del seno, es ahí donde cabe precisar en qué casos es posible y que sean los mismos estudiantes quienes identifique cuando es posible su aplicación.

La ley de senos también se puede escribir en la siguiente forma: $a / \sin \alpha = b / \sin \beta = c / \sin \theta$.

La ley de senos (forma general) En cualquier triángulo, la razón entre el seno de un ángulo y el lado opuesto a ese ángulo es igual a la razón entre el seno de otro ángulo y el lado opuesto a ese ángulo. (Swokowski, 2009 , pág. 571)

En conclusión: El teorema del seno permite relacionar la medida de los lados de cualquier triángulo (inclusive rectángulos) con la medida de sus ángulos internos. El teorema del seno establece que las medidas de los lados de cualquier triángulo son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos. (Swokowski, 2009 , pág. 572)

CAPITULO 3. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION

Este capítulo presenta una descripción general del diseño metodológico de la investigación y de los instrumentos de recolección de datos destinados para alcanzar los objetivos planteados en este estudio, relacionado con el problema : ¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de Ayudas Hipermediáles Dinámicas en la enseñanza de La Ley del Seno a estudiantes de grado décimo en la Institución Educativa Escuela de La Palabra de Pereira, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase?

Igualmente, en este capítulo se hace una descripción general de las fases que constituyen el desarrollo de la investigación: diagnostico, planificación-diseño, aplicación y evaluación.

3.1 DISEÑO CUALITATIVO DESCRIPTIVO

Se hace uso de la metodología cualitativa, de carácter descriptivo-interpretativo, con el fin de obtener datos descriptivos, haciendo uso de observaciones de clase, grabaciones, entre otras para posteriormente analizar el desarrollo de la clase al hacer uso de la AHD.

Se hace una clasificación de la AHD y la Secuencia Didáctica; así como de sus etapas tales como planeación, creación, aplicación y evaluación de tal manera que sea posible evidenciar los aportes y procesos de cada uno de los actores (estudiantes y docentes) donde cada uno de estos interviene.

Los resultados de las actividades propuestas a través del desarrollo de la secuencia didáctica y las observaciones; se establecieron cuatro categorías en lo referente a: Uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

Las categorías permitirán observar los actores que intervinieron en los entornos de aprendizaje y que incidieron directa o indirectamente el proceso de enseñanza aplicado por la docente.

3.2 CONTEXTO DE LA INVESTIGACION

La investigación se realizó en la Institución Educativa Escuela de La Palabra del municipio de Pereira en el departamento de Risaralda.

La investigación se realizó con 15 estudiantes del grado décimo en secundaria, que cumplieron los siguientes criterios:

- Estudiantes con promedio de edades entre los 14 años y los 16 años.
- Estudiantes y padres que dieron el consentimiento de participar en el la investigación.
- Estudiantes que asistieron al 90% de las actividades planeadas en el desarrollo de la secuencia didáctica.

3.3 TECNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACION

3.3.1 Técnicas de observación participantes.

Hay que distinguir entre lo que es “observación” y la “observación participante”. La primera es una técnica para la recogida de datos sobre comportamiento no verbal, mientras que la segunda hace referencia a algo más que una mera observación, es decir, implica la intervención directa del observador, de forma que el investigador puede intervenir en la vida del grupo.

Goetz y LeCompte (1998) plantea que: *“la observación participante se refiere a una práctica que consiste en vivir entre la gente que uno estudia, llegar a conocerlos, a conocer su lenguaje y sus formas de vida a través de una intrusa y continuada interacción con ellos en la vida diaria”*. (p. 277).

En esta investigación el trabajo de aula fue desarrollado por la profesora investigadora. Eso significa que tiene una participación directa en una serie de actividades durante el tiempo que dedica a observar a los sujetos objeto de observación y participar en sus actividades para facilitar una mejor comprensión; les exigió preparación, diseño y organización previa a las secciones de trabajo de campo durante la experiencia.

3.3.2 Registros videográficos.

El vídeo como instrumento de registro o apoyo visual en la investigación permitió obtener mayor información por la posibilidad de registrar imagen y sonido. De acuerdo con García Gil (2011) *“El vídeo es en sí mismo una forma de indagar y recoger información, así como de construir y reconstruir realidades, no solo desde quien investiga sino también desde las personas o comunidades que narran su situación a través de las imágenes en movimiento”*. (p.4)

Para este estudio los registros videográficos constituyen el principal instrumento de observación en el desarrollo de la investigación, con ellos se pretende documentar los ambientes de aprendizaje en el aula de clase, y evidenciar los procedimientos, situaciones, expresiones, comportamientos anímicos y expresivos de los estudiantes.

Se registran varias sesiones de grabación (filmación de clases) necesarias para el desarrollo de la secuencia didáctica, correspondiente al desarrollo temático de la ley del seno, los cuales luego se analizan a la luz del marco teórico.

3.3.3 Los cuadros de trabajo.

Cerda, (1991), describe los cuadros de texto como:

Cualquier procedimiento gráfico que sirva para organizar, sintetizar o registrar los datos observados puede ser útil como, por ejemplo, planillas, cuadros de texto, columnas, etc. Estos cuadros pueden servir para registrar datos que provienen de los hechos que no proceden de la observación directa del investigador, actitudes y opiniones de las personas observadas o para registrar el funcionamiento o la situación de organizaciones, instituciones o grupos investigados. (p. 250)

Los cuadros de trabajo recogerán información adicional sobre el material, el trabajo de los estudiantes en el aula y la concepción que tienen ellos de su aprendizaje, ya sea de carácter autónomo o colaborativo. Cada cuadro registró la actividad relacionada con la temática o ruta de aprendizaje, los nombres, la fecha de entrega, las acciones que el estudiante o el grupo deberá tomar en relación a ella.

3.4 PROCEDIMIENTO

La propuesta se desarrolló a través de las cinco fases que se describe en el siguiente cuadro resumen y considerando la teoría de Van Hiele expuesta anteriormente.

MATRIZ DE MODELO PEDAGOGICA		ENFOQUE PEDAGOGICO SOCIOCONSTRUCTIVISTA					
		CARACTERISTICAS					
TEORIAS DE APRENDIZAJE/CARACTERISTICAS		Saberes previos	Ayuda ajustada mostrar al estudiante como construir el conocimiento	Andamiaje dar soporte adecuado a los estudiantes	Representar	Construcción	Delegación de la responsabilidad y control
APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS	Trabajo activo con participación activa de los estudiantes						X
	Problemas seleccionados para lograr objetivos de conocimientos			X			
	Aprendizaje centrado en el estudiante	X					
	Maestro como facilitador o tutor del aprendizaje		X				
APRENDIZAJE COLABORATIVO	Interdependencia positiva o esfuerzos de unos benefician a otros)						X
	Responsabilidad y compromiso						X
	Trabajo en equipo					X	
	Potenciar el desarrollo				X		

APRENDIZAJE AUTONOMO	El estudiante aprende a construir su propio conocimiento					X	
	Autorregulación				X		
	Transferir progresivamente el control de la estrategia						X
	Uso estratégico de Procedimientos					X	

3.4.1. Fases, Objetivos y actividades del estudio.

Tabla 2. Fases, objetivos y actividades del estudio

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase I: Caracterización	Diagnosticar un problema de enseñanza de la ley o teorema del seno en el aula de clase.	Tomando como referencia los DBA (derechos básicos de aprendizaje) establecidos por el ministerio de educación nacional donde se hace mención a que el estudiante al cursar el grado décimo debe estar en condición de “ <i>DBA: 12 Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.</i> ” (Ministerio de Educación Nacional, 2016, pág. 34) Análisis de los procesos de comprensión de la Ley del Seno, diagnosticado en los resultados de pruebas saber 11° (Capítulo 1. Descripción de la realidad problemática).
Fase II. Investigación	Identificar la incidencia de las AHD como estrategias didácticas para la enseñanza y aprendizaje de la Ley del Seno	Se procede a elaborar un instrumento que nos permite diseñar, aplicar y evaluar los contenidos desarrollados en el aula. Por ello comenzaremos. - Elaborar una revisión bibliográfica sobre AHD, y el uso de las TIC aplicada a la enseñanza de las matemáticas. - Elaborar una revisión bibliográfica sobre el Enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje constructivistas. -Elaborar una revisión bibliográfica sobre didáctica en la enseñanza de la Ley del Seno
Fase III: Diseño e Implementación.	Crear una ayuda hipermedial dinámica para favorecer un acercamiento al estudio del teorema o ley del seno.	<ul style="list-style-type: none"> • Construcción del Diseño Tecno Pedagógico para la enseñanza de la ley del seno. • Selección, adecuación y construcción de recursos didácticos para el desarrollo las unidades temáticas • Diseño y construcción del instrumento AHD, para la enseñanza y el aprendizaje de la ley del seno, utilizando la aplicación Cmaptools.
Fase IV: Aplicación	Aplicar la estrategia didáctica AHD, desarrollada en el grado decimo de la Institución Educativa Escuela de la Palabra	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de la secuencia didáctica con uso de la AHD en 4 secciones de clase de 90 minutos en el grado decimo de la Institución Educativa Escuela de la Palabra. • Elaboración de productos y presentaciones de los estudiantes donde evidencian el trabajo autónomo y

		colaborativo en las actividades propuestas en el instrumento.
Fase V: Análisis y Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluar el desempeño de la estrategia didáctica con los estudiantes en 4 aspectos preestablecidos: <ul style="list-style-type: none"> - Creación de material educativo. - Uso de recursos educativos. - Estrategias Comunicativas en el aula de clase. Y - Adaptación de recursos educativos al contexto. <p>Estrategias comunicativas. Todas ellas planteada a la luz del enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías del ABP, aprendizaje Colaborativo y Autónomo en estudiantes del grado decimo de la Institución Educativa Escuela de la Palabra.</p>	<p>Determinar la Incidencia de los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas al profesor de matemáticas, desde el enfoque socioconstructivista para enseñanza de la Ley del Seno, en lo referente a:</p> <p>Uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase con estudiantes de décimo grado de Institución Educativa Escuela de la Palabra.</p> <p>Evaluar el desempeño alcanzado durante la implementación de la estrategia didáctica desde el aspecto curricular.</p>

Tabla 1. Fases, objetivos y actividades

3.5 DISEÑO E IMPLEMENTACION DE LA AHD

La aplicación (AHD) tiene como propósito construir conocimiento sobre las bases de Trigonometría de manera autónoma y colaborativa, por medio de recursos multimedia; además dinamizar la clase mediante la implementación de las TIC en el aula facilitando la comunicación entre estudiantes y la docente, donde la creación de la AHD parte de los saberes previos, según el modelo socioconstructivista, permitiendo explorar de diferentes maneras, atendiendo los diferentes niveles de complejidad que se puedan presentar en el desarrollo de la misma.

El instrumento se compone de las siguientes partes:

Generalidades. Comprende los botones de la parte superior derecha de la AHD.

(Presentación, contenido, roles, Instrucciones y normas).

- **Prueba diagnóstica inicial para los estudiantes:** Determina el estado inicial del estudiante, es decir, valora los conocimientos previos, para determinar las posibilidades de ajustar rutas y actividades a la situación particular de cada estudiante.
- **Desarrollo temático de la unidad didáctica.** Consta de 4 secciones de contenidos

(planeadas en la SD) para el alcance de los objetivos propuestos.

- **Sistema de evaluación.** En general en todo el desarrollo de la AHD, el sistema indaga a los estudiantes sobre preferencias y sus avances del aprendizaje por sí mismo, es un sistema de autoevaluación permanente que informa sobre los progresos obtenidos.

Para el lector, la estructura anterior, se muestra en el anexo 2

El desarrollo temático de contenidos en la enseñanza de La Ley del Seno, se diseña en la secuencia didáctica.

3.5.1 Diseño de la Secuencia Didáctica (SD).

La SD está compuesta de una sección exploratoria de introducción a la Trigonometría la cual contiene una breve reseña histórica del desarrollo y evolución de la trigonometría y tres secciones, planeadas para el desarrollo temático de la unidad didáctica, para el aprendizaje de la ley del seno, las cuales relacionamos a continuación:

1ª sección (Fucsia): Contiene una introducción a la trigonometría.

2ª sección (Naranja): Aborda los saberes previos.

3ª sección (Amarilla): Resolución de triángulos rectángulos y Razones trigonométricas.

4ª sección (verde): Resolución de triángulos oblicuos por la ley del seno y sus aplicaciones.

En la primera sección se trabaja el componente histórico e introductorios a la trigonometría; en la segunda se abordan algunos conceptos fundamentales sobre triángulos; la tercera secció trabaja la resolución de triángulos rectángulos y en la última se desarrolla la resolución de triángulos no rectángulos. En cada sección aparecen los fundamentos teóricos del tema, algunos ejemplos y una serie de actividades prácticas encaminadas a acercar a los estudiantes al manejo de los triángulos; dentro de estas se incluyen algunos ejercicios clásicos de trigonometría, situaciones problema, que

pretenden de una manera práctica, mejorar el desempeño de los estudiantes en el manejo de los triángulos.

“La secuencia didáctica es el resultado de establecer una serie de actividades de aprendizaje que tengan un orden interno entre sí, con ello se parte de la intención docente de recuperar aquellas nociones previas que tienen los estudiantes sobre un hecho, vincularlo a situaciones problemáticas y de contextos reales con el fin de que la información que a la que va a acceder el estudiante en el desarrollo de la secuencia sea significativa” (Díaz -Barriga, 2016, pág. 3).

La siguiente ayuda contiene una reseña histórica del desarrollo y evolución de la trigonometría y el estudio de los triángulos; luego se presentan conceptos sobre triángulos tales como su definición, clasificación, congruencia, semejanza, algunas propiedades y la resolución de triángulos rectángulos y no rectángulos explicando sus posibles casos y las estrategias que se siguen para llegar a su solución. Además, se presenta el material utilizado para trabajar el tema y la secuencia didáctica que sigue el proceso metodológico socioconstructivista.

A continuación, se incluye la secuencia didáctica diseñada para el desarrollo en 4 sesiones de 90 minutos cada una, encaminadas a la aplicación del modelo pedagógico.

Tabla 3. Secuencia Didáctica. Introducción

VER ANEXO

3.6 DISEÑO Y ORGANIZACIÓN DEL AMBIENTE DE APRENDIZAJE

El ambiente de aprendizaje en el que se desarrolla esta propuesta comprende un entorno educativo de la Institución Educativa Escuela de La Palabra de Pereira, Risaralda, un espacio en el que los estudiantes interactúan de forma presencial con la docente, en un ambiente donde la construcción cognitiva de la ley del seno es construida por el actor principal del conocimiento, a través de un entorno colaborativo mediado por TIC, en donde cobran sentido las estrategias didácticas que usa la docente debidamente seleccionadas que guían el acto educativo.

3.6.1 Contexto Físico.

Para el desarrollo de la propuesta de esta investigación se contó con (5) equipos portátiles de la institución, conectividad de banda ancha de 4 megas y un aula de clase de 25 m², la cual de adaptó para las clases de la aplicación de la AHD; ya que la institución no cuenta con espacios físicos necesarios, debido a que esta demolida hace 2 años por proceso de construcción.

Para el trabajo colaborativo se formaron grupos de 3 estudiantes, los cuales se organizaron en mesa redonda para trabajar según sus respectivos roles.

El aula de clase tiene como mobiliario: pupitres unipersonales, 1 ventilador y 1 televisor de 42 pulgadas LCD, con el fin de que los estudiantes puedan socializar en determinados momentos.

- Actores del contexto educativo:

De acuerdo con Zea (2007) *los actores principales del proceso de aprendizaje son “alumno-aprendiz, docente y contenido” y los roles y relaciones que se asumen son posibles gracias a los mediadores que permiten la interacción entre los actores principales del proceso de aprendizaje los cuales favorecen el aprendizaje autónomo*” (pág. 8).

3.6.2 Rol del estudiante.

De acuerdo con Adell y Sales (1999) *“los estudiantes que perciben que sus aprendizajes son el resultado de su propia actividad tienen mayores probabilidades de éxito y de terminar sus estudios que aquellos que sienten que el control reside fuera de sí mismos”*. (p. 4)

El papel protagónico que tienen los estudiantes en esta propuesta radica en que los alumnos pasen de ser meros receptores a convertirse también en emisores y, por tanto, en parte activa del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por tanto y con base en lo que se ha tratado se colige que para garantizar el éxito en el aprendizaje de los estudiantes se requiere que el alumno realice las siguientes acciones para su propia formación:

- Saber trabajar en equipos colaborativos.
- Acceder a los contenidos que ofrece la AHD.
- Participar activamente en la solución a las actividades propuestas.
- Elaborar preguntas para orientarse, para aclarar dudas relativas a los contenidos, los procedimientos o las actividades.
- Reflexionar con los contenidos sobre sus fortalezas y áreas de oportunidad que les permitirá desarrollar sus capacidades al máximo.
- Comprender qué habilidades, estrategias y recursos requiere cada tarea. (Metacognición).

3.6.3 Rol del docente.

En esta propuesta se parte del enfoque pedagógico actual para reconceptualizar el rol de la docente, pues el socioconstructivismo abandona el concepto de profesor asociado a enseñar hechos y conceptos de un modo estructurado y fijo, en favor de una renovada imagen como profesional que juega un papel activo en el diseño de situaciones específicas de enseñanza, por tanto el profesor debe ser conocedor de las necesidades evolutivas, y de los estímulos que reciba de los contextos donde se relaciona: familiares, educativos, sociales, en base a estas condiciones ajusta o reestructura la AHD.

El docente actúa bajo el principio constructivista desplazando el énfasis de enseñanza hacia el aprendizaje, procurando que el alumno construya los conceptos, descubra los hechos y se apropie de los datos por sí mismo.

En el desarrollo de esta propuesta didáctica, la intervención del profesor aparece en las siguientes situaciones:

- A. En la planificación y diseño de la AHD, es quien crea y selecciona las situaciones educativas, de acuerdo a las características y necesidades de los aprendices.
- B. Gestiona los espacios físicos, y recursos materiales a utilizar, verifica previamente el correcto funcionamiento de los equipos y cámaras.
- C. Toma decisiones de organización espacios y controla los tiempos de las secciones de trabajo.
- D. Da indicaciones claras sobre la mejor manera de manejo de archivos y materiales.
- E. Debe crear un clima afectivo, armónico, de mutua confianza entre docente y estudiantes, estimulando al mismo tiempo aceptar la iniciativa y la autonomía del estudiante, fomenta la participación activa no solo individual sino grupal con el planteamiento de cuestiones que necesitan respuestas muy bien reflexionadas.
- F. Su docencia se debe basar en el uso y manejo de terminología cognitiva tal como: Clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar y pensar.
- G. No pierde su papel de autoridad, ejerce controles.

3.7 CATEGORIA DE ANALISIS

Las categorías que determinan los aportes didácticos que ofrece la AHD al profesor se establecieron las siguientes categorías en lo referente a: uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

3.7.1 Creación de Materiales educativos.

La principal función con la que fue concebido el material digital estructurado en la AHD es la de ofrecer un entorno para la exploración, la experimentación, la creatividad y favorecer la

comprensión y apropiación del concepto de número racional a partir de un proceso gradual y bien diferenciado respecto a los diferentes conceptos presentados.

Por lo cual no se deben seleccionar problemas o tareas sin reflexión previa del docente, éstas deben estar sustentadas en el conocimiento de cada uno de los estudiantes, como seres singulares, tanto desde el trabajo individual como en grupo, porque este tipo de acción puede dificultar la comprensión.

Según estudio de Costa, V., Di Domenicantonio, R. M., & Vacchino, M. C. (2010) se afirma que:

... el proceso de elaboración de material didáctico, en general, requiere el desarrollo de cinco grandes tareas o fases que pueden representarse del siguiente modo:

- *Diseño o planificación del material*
- *Desarrollo de los componentes.*
- *Experimentación del material en contextos reales*
- *Revisión y reelaboración*
- *Producción y difusión” (p.4)*

En este caso las fases de: planificación, creación, aplicación y desarrollo, revisión y adaptación de materiales para la AHD fueron realizadas por los mismos autores, que son profesores de la asignatura, conocedores de los contenidos de la materia y quienes mejor conocen las necesidades y dificultades de los alumnos, alcanzadas a partir de su experiencia docente en el aula.

Para diseñar el material estructurado en la AHD para enseñar la ley del seno aprovechamos una cantidad de recursos digitales disponibles en la web. Los contenidos y actividades se componen de documentos de texto, imágenes, videos, test, entre otros.

• **Diseño de Actividades de aprendizaje:**

Se refiere a todas aquellas tareas previstas y planeadas desde la organización de la secuencia didáctica que el alumno debe realizar para llevar a cabo los objetivos de aprendizaje, por ejemplo: Analizar, investigar, diseñar, construir y evaluar.

Si bien la teoría histórico-cultural de Vygotsky dirige la reflexión y el trabajo de esta investigación, sin embargo, puede ser complementada con actividades de aprendizaje diseñadas a lo largo de la secuencia didáctica pueden ser enriquecidas, adaptadas y complejizadas de acuerdo al contexto y a las necesidades de aprendizaje que surjan en las prácticas de aula.

3.7.2 Aplicación y uso de los recursos educativos de la AHD.

El material fue concebido para ser usado como material didáctico en cursos presenciales de matemáticas con alumnos de grado décimo. Desde la teoría socio constructivista los materiales deben usarse para identificar la ZDR del alumno, brindarle la ayuda ajustada para recorrer con sus pares la ZDP y mediar los procesos interpsicológicos del grupo de trabajo.

Desde esta perspectiva los recursos educativos y las actividades diseñadas para la enseñanza de la ley del seno, se estructuran en la aplicación AHD en un plan de trabajo llamado SD, basándose en el aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas de aprendizaje, en donde cada estudiante va desarrollando los contenidos y actividades planeadas y propuestas por el maestro, esto conducirá progresivamente a la adquisición de los objetivos de aprendizajes.

3.7.3 Estrategias comunicativas (con herramientas de trabajo colaborativo, autónomo y basado en problemas).

A partir de los usos que se le den a la AHD surgirán estrategias comunicativas que busquen ayudar a superar problemas de comunicación entre los participantes. La comunicación para efectos del análisis de las estrategias se dividirá en situaciones alumno- alumno y situaciones alumno-docente. Es importante que los estudiantes den a conocer lo que hacen, compartan sus ideas y experiencias donde unos aprenden de otros y viceversa, desarrollando mayores competencias.

3.8 EVALUACION DE LA AHD

La AHD producto de este ejercicio contó con diversos escenarios de evaluación:

- El primero de ellos a través del test (ubicado al inicio del recorrido) que permitió a la docente identificar los saberes previos de los estudiantes.
- El segundo dio cuenta de los avances del aprendizaje por sí mismo o autoevaluación que permanentemente informó sobre los progresos obtenidos y se encontró a lo largo de todo el desarrollo de contenidos.
- El tercero estuvo relacionado con la valoración que hizo el estudiante de la funcionalidad y la pertinencia de cada uno de los componentes de la AHD para el proceso de aprendizaje. (al final de cada sección de manera oral)
- El cuarto fue el que hizo la docente a la hora de desarrollar la clase, acerca de las oportunidades didácticas y de sus aprendizajes, tanto comunicativos, metodológicos, didácticos, epistemológicos, como conceptuales del tópico específico, mediante la implementación de las TIC en el aula.

CAPITULO IV: ANALISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS

En cuanto a la pregunta abordada en la investigación sobre qué aportes didácticos ofrece el uso de ayudas Hipermediales dinámicas en la enseñanza de la ley del seno con estudiantes de grado décimo de educación media-secundaria en lo referente a creación, uso de la AHD, estrategias comunicativas y adaptación de recursos educativos al contexto en el aula de clase presentamos el siguiente análisis e interpretación de la información obtenida en el proceso de observación en el aula de clase.

4.1. CREACIÓN DE MATERIAL EDUCATIVO

Para la creación y selección de materiales didácticos en la construcción de la AHD, se tuvo en cuenta las aportaciones de Graells, P. M. (2000), quien recomienda que:

Para que un material didáctico resulte eficaz en el logro de unos aprendizajes, no basta con que se trate de un "buen material", ni tampoco es necesario que sea un material de última tecnología. Cuando seleccionamos recursos educativos para utilizar en nuestra labor docente, además de su calidad objetiva hemos de considerar en qué medida sus características específicas (contenidos, actividades, tutorización...) están en consonancia con determinados aspectos curriculares de nuestro contexto educativo” (p.7)

A continuación, se describen los recursos didácticos creados o vinculados a AHD, para el desarrollo de la Secuencia didáctica en la enseñanza de la ley del Seno.

VER ANEXO

CAPITULO V: CONCLUSIONES

Conclusión 1

Se diagnosticó en la Institución Educativa Escuela de La Palabra de Pereira, un problema en la enseñanza de la Ley del Seno en los estudiantes de grado décimo, ya que no cuentan con los saberes previos necesarios para abordar esta temática, la cual implica tener conocimientos básicos de ángulos, triángulos, teorema de Pitágoras y resolución de ecuaciones; además del bajo interés por el aprendizaje de la trigonometría, pues la consideran poco aplicable a su contexto.

Atendiendo estas condiciones se diseñó un modelo pedagógico con características del enfoque socioconstructivista y de las Teorías de Aprendizaje: (Autónomo, Colaborativo y Basado en Problemas), además de hacer uso de la teoría TPACK donde se aprovechan las ventajas ofrecidas por la tecnología, como herramienta que favorece el proceso de enseñanza, lo que permitió fortalecer en la docente el conocimiento didáctico del contenido para enseñanza del Teorema del seno con uso de una AHD.

Conclusión 2

La creación y el diseño de una Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD) favorece constructivamente la enseñanza de La Ley del Seno, ya que los estudiantes aprenden por medio de elementos tecnológicos y el docente fortalece su criterio para seleccionar y clasificar material educativo que logre conectar la trigonometría con la tecnología y el uso de plataformas educativas enfocadas a la aplicación de la ley del seno.

Esta herramienta permite proponer un esquema de trabajo, donde el estudiante tiene flexibilidad al abordar diversas rutas según sus capacidades hasta adquirir la competencia necesaria.

Conclusión 3

La creación de una Secuencia Didáctica (SD) con uso de la AHD afianza el conocimiento del docente al utilizar las diferentes estrategias de enseñanza para la Ley del Seno. Permite seleccionar y optimizar los temas y saberes previos necesarios para abordar el contenido, además de buscar nuevas fuentes y recursos que se adaptan a través de un mapa conceptual.

La SD apoya al docente al generar acciones innovadoras y dinámicas en el aula de clase respecto a las prácticas tradicionales, contribuye con el desarrollo de una evaluación integral, permanente y adaptada a las nuevas tecnologías, mejora la orientación de la clase y brinda soporte a la investigación en el ejercicio docente.

Conclusión General

Los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas desde el enfoque socioconstructivista en la enseñanza de La Ley del Seno, en lo referente al uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase, con estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Escuela de La Palabra de Pereira son diversos:

Flexibiliza y afianza la forma de acceder al conocimiento al brindar diferentes rutas de acceso y establecer un andamiaje de saberes previos donde se anclan los nuevos.

Plasma el conocimiento del docente en un Mapa Conceptual para compartirlo al estudiante.

Posibilita que el proceso de enseñanza se realice partiendo de los saberes previos de los estudiantes y fortalece gradualmente los mismos hacia un conocimiento más avanzado, teniendo en cuenta el ritmo de aprendizaje individual mediante actividades colaborativas que se determinan con asignación de roles y tareas específicas para lograr una interdependencia positiva entre pares.

La comunicación con los estudiantes en la aplicación de la AHD, identifica su razonamiento para resolver triángulos, además de evidenciar las carencias previas conceptuales individuales y grupales.

Este recurso tecno pedagógico (DTP) proporciona al docente los lineamientos para direccionar y secuenciar los elementos en su labor pedagógica, con características del enfoque socioconstructivista y las teorías de aprendizaje: autónomo, colaborativo y basado en problemas que sean de su interés y de otras disciplinas como la astronomía, la ingeniería, los deportes, la navegación y así potenciar su creatividad y motivar a los estudiantes a adquirir este conocimiento de una forma diferente.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Acosta Luévano, R. M. (2015). Las tecnologías de la información y del conocimiento (Tic), como mediadores digitales desde la psicología de la educación virtual.
- Amador Montaña, J. F., & otros. (2013). Las ayudas Hipermediales dinámicas AHD en los proyectos de aula con TIC, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente. Obtenido de Estrategias de formación y acceso para la formación pedagógica: <http://plataforma.utp.edu.co/>
- Amador Montaña, J. F., Rojas García, J. L., & Sánchez Bedoya, H. G. (2015). Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Araújo & Sastre, G. (2008). El aprendizaje basado en problemas. Una nueva perspectiva de la enseñanza en la universidad. Una nueva perspectiva de la enseñanza en la universidad. Barcelona: Gedisa, 6, Gedisa, 6.
- Araújo, T. J. (16 de junio de 2009). Técnicas e instrumentos cualitativos de recogida de datos.
- Arreaga, D., Fuente, L., Pardo, A., & Delgado, C. (2005). Adaptación de Material Educativo Guiada por IMS Learning Design: Experiencias con LRN. Revista de currículum y formación del profesorado, 9, 209-235. Obtenido de Asocolnme. (2003). Estándares Curriculares para el área de matemáticas. Aportes para el análisis. Bogotá: Gaia.
- Barrows, H. S. (1986). A taxonomy of problem-based learning methods. Medical education, 20(6), 481-486.
- Bartolomé, P. A. (1999). Un modelo alternativo para la formación de los futuros profesores en el uso de las TIC. Obtenido de DIALNET: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=195337>
- Barnett, J., & Hodson, D. (2001). Pedagogical context knowledge: Toward a fuller understanding of what good science teachers know. Science Education, 85(4), 426-453.
- Begoña, G., & contreras., D. (2006). Alfabetización Digital y el desarrollo de competencias ciudadanas. Barcelona, España.
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. Revista de currículum y formación del profesorado, 9(2), 1-39.
- Brusilovsky, P. (1996). Methods and techniques of adaptive hypermedia. Obtenido de Scholar.org:
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. Journal for research in mathematics education, 31-48.
- Cabero, J. b. (1999). Tecnología Educativa, Definición y clasificación de los medios y materiales de enseñanza, Criterios generales para la integración curricular de los medios. Recursos Educativos TICs de información, colaboración y aprendizaje (versión electrónica), Pixel.
- Cabrera, E. (2008). La colaboración en el aula: Más que uno más uno. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Cardona, J. J. (2010). Los aprendizajes colaborativos como estrategia para los procesos de construcción de conocimiento. Obtenido de Educación y Desarrollo Social, 4(2), 87-103.:
- Cardozo Cardone, J. J. (15 de septiembre de 2010). Tic y educación; Los aprendizajes colaborativos como estrategia para la construcción del conocimiento. Buenos Aires, Argentina.
- Carmen, V., & Elvira, J. (sf). Capítulo 1. ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas? En U. A. Madrid, La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (pág. Capítulo N° 1). Murcia.
- Carrió, M. L. (2007). Ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo. Revista Iberoamericana de Educación, 3.
- Cerda, H. (1991). El Plan Operativo de una Investigación: Los Elementos de la Investigación. Capítulo VI. Bogotá: El Buho. Compilación con fines Instruccionales.
- Coll, C. (2008). Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades. Boletín de la Institución Libre de Enseñanza, 72, 17-40.
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Mariana Miras, J. O., & Zabala., I. S. (1993). El Constructivismo en el aula. Barcelona, España.
- Coll, C., Mauri, T. & Onrubia, J. (2008C). La utilización de las tecnologías de la información y la comunicación en la educación: Del diseño tecno-pedagógico a las prácticas de uso. Barcelona: Morata.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. Learning and teaching geometry
- Deulofeu, Z. &. (2015). La practica de la enseñanza de las matemáticas a través de situaciones de contingencia. tesis Doctoral, 24.
- De Bra, P., Houben, G. J., & Wu, H. (1999, February). AHAM: a Dexter-based reference model for adaptive hypermedia. In Proceedings of the tenth ACM Conference on Hypertext and hypermedia: returning to our diverse roots: returning to our diverse roots (pp. 147-156). ACM.

- Díaz, F. H. (2009). Aprender y Enseñar con TIC en Educación Superior: Contribuciones del Socioconstructivismo. UNAM. Facultad de Psicología. México.
- Escudero, D. I., Flores Medrano, E., & Carrillo Yáñez, J. (2012). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas.
- Farell Vázquez, G. E. (2002). El desafío de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones para los docentes de la Educación Médica. *Educación Médica Superior*, 16(1), 5-6.
- Fernández, J. M., & Trigueros, C. C. (2016). Mensajería instantánea y construcción compartida de significados: Una experiencia de aprendizaje colaborativo en el prácticum del maestro de básica primaria. *RED. Revista de Educación a Distancia*. Núm 51. Artic. 4., 3.
- Flores, A. (1996). Los materiales educativos en razón de las funciones del docente. *Revista Educativa PUCP* 5(10), 119-148.
- Fouz & De Donosti. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Módulo 2: Teoría y Práctica en Geometría Objetivo N 3 Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría 91, 92., 91, 92.
- Garrido, M. F. (2005). Formación basada en las tecnologías de la información y comunicación: Análisis didáctico del proceso de enseñanza-aprendizaje (Doctoral dissertation, Universitat Rovira i Virgili).
- Goetz, J.P.Y Lecompte, M.D. (1988). Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa. Madrid: Ed Morata
- Gonçalves Diez, S. (2011). La Reflexión sobre el proceso de aprendizaje propio: estrategias para favorecerla. Universitat de Girona.
- González, D. M. (2011). Recursos educativos tic de información, colaboración y aprendizaje. *Revista de Medios y Educación*. ISSN: 1133-8482 Píxel-Bit., 70. Obtenido de ISSN: 1133-8482 Píxel-Bit.
- Grossman, P. L., Wilson, S. M., & Shulman, L. S. (1989). Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 9(2), 1-25.
- Gulikers, J. T., Bastiaens, T. J., & Kirschner, P. A. (2004). A five-dimensional framework for authentic assessment. *Educational technology research and development*, 52(3), 67.
- Huertas, R. M. (2009). Formación de la autonomía a través del aprendizaje estratégico. *Revista Aporte Santiaguino*, 2(2), 321-331.
- Isaza-López, G.-G. &. (2011). la interactividad en la construcción. utp, 39.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula. Editorial Paidós.
- Buenos Aires, Argentina Juárez López, J. A. (2010). Dificultades en la comprensión del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV. *Números*, 85.
- Koehler, M. J., Mishra, P., & Cain, W. (2015). ¿Qué son los saberes tecnológicos y pedagógicos del contenido (TPACK)? *Virtualidad, educación y ciencia*, 6(10), 9-23.
- Kuhs, T. M. (1986). Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions. En T. M. Kuhs. Michigan: Center on Teacher Education.
- Kumar, V. S. (1996). Computer-supported collaborative learning: issues for research. In Eighth annual graduate symposium on Computer Science, University of Saskatchewan.
- Lage, F. J. (2001). Ambiente distribuido aplicado a la formación/capacitación de RR HH: un modelo de aprendizaje cooperativo-colaborativo (Doctoral dissertation, Facultad de Informática).
- Lévy, P. (1999). As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática. En P. Lévy, *As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática* (pág. 36). São Paulo: Editora 34.
- López, C. M. J., & Duarte, P. V. E. (2009). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele. *Revista Educación y pedagogía*, 18(45), 109-118.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education*, 41(3), 3-11.
- Matthew J. Koehler, P. M. (2015). Saberes tecnologicos y pedagogicos. unc, 5.
- Mercer, N. (2001). Spoken language in the classroom. En Mesthrie, Rajend ed. *The Concise encyclopedia of sociolinguistics*. Encyclopedia of Language and Linguistics. Amsterdam, Netherlands: Pergamon, 749–752.
- Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 13(1).
- Monereo, C. (2007). Hacia un nuevo paradigma del aprendizaje estratégico: el papel de la mediación social, del self y de las emociones. *electronic Journal of research in educational Psychology*, 5(13).
- Ma, L. (2010). Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales: comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE. UU. Santiago: Academia Chilena de Ciencia
- M.L., C. (2007). Ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo. *Revista Iberoamericana de Educación*, 3.

- Moreira, M. A. (2010). Introducción a la tecnología educativa. DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia, (19), 1-78.
- MEN. (2004). Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas: www.colombiaaprende.edu.co/
- MEN. (Julio de 2014). Matemáticas lineamientos curriculares. Bogotá, Colombia.
- MEN. (30 de 06 de 2017). Colombiaaprende. Obtenido de Boletín Siempre Dia E: https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2016/166572000015.pdf
- Mendoza. (2011). Las TIC en el aula de matemáticas. Mendomatica. N° 22 , 9.
- Ministerio de Educación Nacional, C. (2016). DBA. Bogotá. Obtenido de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/index.html
- Monereo, C., & Castelló, M. (2001). La enseñanza estratégica: enseñar para la autonomía. Ser estratégico y autónomo aprendiendo, 11-27.
- Morales Bueno, P., & Landa Fitzgerald, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas.
- Moreira, M. A. (2000). La teoría del aprendizaje significativo (pp. 211-252). Servicio de Publicaciones.
- Moust, B., & Schmidt. (2007). La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas.
- Navarro Torreblanca, Omar & Rojas Drummond, Sylvia. (2010). Mediación tecnológica para el desarrollo de habilidades de observación con estudiantes de Psicología.
- Nieto, L. B., Jiménez, V. M., & Macías, C. R. (1995). Conocimiento didáctico del contenido en ciencias experimentales y matemáticas y formación de profesores. *Rubro de Educetodn*, 607, 427-446
- Onrubia, J. (1995). El proyecto adolescente: elementos para una aproximación constructivista, interaccionista y contextual al desarrollo psicológico en la adolescencia. *Aula de Innovación Educativa*, 4(40-41), 85-90.
- Onrubia, J., Solé, I., & Zabala, A. (1999). El constructivismo en el aula. Barcelona: Graó.
- Petrie, J. C. (1986). Recommendations on blood pressure measurement. *British medical journal (Clinical research ed.)*, 293(6547), 611.
- Pinto, S. J., & González, A. M. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada?
- Pozo, J. I., & Monereo, C. (2001). El aprendizaje estratégico. *Docencia universitaria*, 2(2).
- Quirós, M. E. (14 de Agosto de 2009). Recursos didácticos digitales: medios innovadores para el trabajo colaborativo en línea. Obtenido de Dialnet. Recursos Didácticos Digitales : http://www.aulaplaneta.com/wp-content/uploads/2015/09/infografia_521.pdf
- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. *Enseñanza de las Ciencias*, 12(1), 045-56.
- Rojas, G. J., Amador, M. J., S. B., & Duque, C. E. (2014). Las ayudas Hipermediales dinámicas AHD en los proyectos de aula con TIC, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente. Obtenido de Universidad Tecnológica de Pereira: <http://plataforma.utp.edu.co/>
- Rowland, T., & Turner, F. (2007). Developing and using the 'Knowledge Quartet': A framework for the observation of mathematics teaching. *The Mathematics Educator*, 10(1), 107-124.
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). Developing primary mathematics teaching. Reflecting on practice with the knowledge quartet. London: SAGE Publications Ltd.
- Sánchez, I. J. (2004). Bases Constructivistas para la Integración de TICs. Obtenido de Revista Enfoques Institucionales 6 (75-99)
- Sánchez, R. (2010). Estrategias didácticas para el aprendizaje de los contenidos de trigonometría empleando las TIC. *EDUTEC*, 31.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.
- Shulman, L. S. (1988). The dangers of dichotomous thinking in education. *Reflection in teacher education*, 31-39.
- Shulman, L.S. (2004). The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach. Ed., Suzanne M. Wilson. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Shulman, L. S. (2005). Signature pedagogies in the professions. *Daedalus*, 134(3), 52-59.
- Siza, M. (2009). Incidencia de una propuesta didáctica que integra los medios informáticos, desde el enfoque socioconstructivista en el desarrollo de la competencia matemática.
- Stone W. (1999). La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Buenos Aires: Paidós.
- Swokowski, E. W. (2009). Álgebra y Trigonometría con geometría analítica. México: Cengage Learning Editores.
- Torp, L., & Sage, S. (1998). Aprendizaje Basado en Problemas. Desde el Jardín de Infancia hasta el final de la escuela secundaria.

- Torreblanca Navarro, O., & Rojas-Drummond, S. (2010). Mediación tecnológica para el desarrollo de habilidades de observación en estudiantes de Psicología: un enfoque socioconstructivista. *Perfiles educativos*, 32(127), 58-84.
- Torres Martín, E., & Deulofeu Piquet, J. (2015). El conocimiento del profesor de matemáticas en la práctica: enseñanza de la proporcionalidad. (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Barcelona).
- Vallejo, A. G. (1999.). Aplicación de un procedimiento basado en la zona de desarrollo próximo en la evaluación de dos grupos de niños en tareas matemáticas. *Revista De Educación Nueva Época*. No. 9.
- Vygotsky. (1978). El desarrollo de los procesos Psicológicos Superiores. Obtenido de Edición Ciudadano
- Vilchez González, N. M. (2007). Enseñanza de la geometría con utilización de recursos multimedia. Aplicación a la primera etapa de educación básica. *Universitat Rovira i Virgili*.
- Vité, H. R. (2012). Ambientes de Aprendizaje. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
- Vygotsky, L. (1978). El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores. Barcelona, Barcelona, España: Crítica. Obtenido de Edición Ciudadano
- Zimmerman, B.J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. En M. Boekaerts, P.R. Pintrich y M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 13-40).
- Zamorano Vargas, A., & Deulofeu Piquet, J. (2015). La práctica de la enseñanza de las matemáticas a través de las situaciones de contingencia. (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Barcelona).